

# Расчет потокораспределения для двухфазного газожидкостного течения в промышленных разветвленных трубопроводах. Неизотермический случай

А. В. Бабенко  
ООО «НТП Трубопровод», г. Москва

*Предложена методика расчета потокораспределения при течении двухфазных газожидкостных смесей в трубопроводах сложной топологии. Особенность предложенной методики состоит в расширении области применения метода Global Gradient Algorithm (GGA) на двухфазные потоки. Описывается применение метода GGA для неизотермического случая двухфазного потока.*

**Ключевые слова:** потокораспределение, разветвленный трубопровод, метод глобального градиента, газожидкостное течение, двухфазное течение.

Данная статья является продолжением работы [1] и описывает применение метода GGA для неизотермического случая двухфазного потока.

## Постановка задачи и метод GGA

Рассмотрим задачу расчета потокораспределения для двухфазных газожидкостных потоков в трубопроводах сложной топологии. Для ее решения применим метод глобального градиента (GGA), служащий для расчета потокораспределения в трубопроводах произвольной конфигурации с заданными притоками или давлениями во всех узлах. Метод GGA был первоначально сформулирован в 1979 г. профессором Болонского университета Э. Тодини [2], который (совместно с коллегами) позднее предложил его для практического использования в работах [3–5]. В 2004 г. он также был описан отечественными специалистами С. П. Епифановым, Н. Н. Новицким, В. П. Фроловым в монографии [6] (раздел 1.6.4). Этот алгоритм по форме весьма схож с предложенным Меренковым и Хасилевым методом МКРДГК в классической монографии [7], имеет такую же хорошую сходимостью, как известный метод контурных расходов (МКР) [7], но при этом не требует анализа топологии трубопровода и выбора системы главных контуров. К настоящему времени метод успешно используется для расчета трубопроводов в разработанной ООО «НТП Трубопровод» и получившей широкое распространение в России программе «Гидросистема» [8, 9], а также при расчете наружных инженерных сетей в таких известных программах, как коммерческая программа EPANET [10] и программы фирмы Haestad Methods [11].

Рассмотрим описывающий гидравлическую сеть связанный ориентированный граф с  $m$  узлами и  $n$  ветвями. Тогда уравнения, описывающие цепь, можно записать в виде

$$A^T P = F(X), \quad (1)$$

$$AX = Q, \quad (2)$$

где  $A$  — матрица соединений;  $T$  — температура, К;  $X$  — вектор массовых расходов по ветвям;  $F(X)$  — вектор-функция потерь потенциала на ветвях;  $Q$  — вектор внешних массовых притоков в узел;  $P$  — вектор узловых потенциалов (в качестве потенциалов может быть целесообразно выбрать давления, напоры или другие величины в зависимости от типа трубопровода).

Метод GGA не является вполне универсальным, а применим только в случае, если заданными являются потенциалы в  $m_0$  узлах ( $1 \leq m_0 \leq m$ ) и величины притоков в остальных  $m_1 = m - m_0$  узлах. Перенумеруем узлы так, чтобы сначала шли узлы с заданными притоками, а затем с заданными давлениями, тогда матрицы и вектора можно представить в блочном виде

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

а уравнения (1), (2) будут иметь вид

$$A_1^T P_1 = F(X) - A_0^T P_0, \quad (4)$$

$$A_1 X = Q. \quad (5)$$

Идея метода GGA заключается в решении нелинейной системы уравнений (4), (5) методом Ньютона, не выражая  $P_1$  через  $X$  (как в МКР) или наоборот (метод узловых давлений — МД),

а оставляя их независимыми переменными (отсюда слово «глобальный» в названии метода).

После преобразований получим выражения для узловых потенциалов и расходов на новой итерации:

$$P_1^{(i+1)} = P_1^{(i)} + dP_1^{(i)} = M(X^{(i)})^{-1} \times \left\{ Q_1 - A_1 X^{(i)} - A_1 D(X^{(i)})^{-1} [A_0^T P_0 - F(X^{(i)})] \right\}, \quad (6)$$

$$X^{(i+1)} = X^{(i)} + dX^{(i)} = X^{(i)} + D(X^{(i)})^{-1} [A^T P^{(i+1)} - F(X^{(i)})], \quad (7)$$

где  $M(X^{(i)}) = A_1 D(X^{(i)})^{-1} A_1^T$  — матрица Максвелла;  $i$  — удельная энтальпия, Дж/кг.

$M(X^{(i)})$  является разреженной с диагональным преобладанием, что позволяет применять эффективные методики расчета.

Ранее использование метода GGA в сочетании с декомпозицией задачи на задачу расчета потокораспределения и распределения температур для случая однофазного течения в трубопроводах сложной топологии рассматривалось в работе [2].

В статье [13] авторы предложили аналогичную методику расчета потокораспределения при течении двухфазных газожидкостных смесей в трубопроводах сложной топологии. При этом рассматривался наиболее простой случай «замороженного» (без учета массообмена между фазами) изотермического течения. Суть методики заключается в нахождении начальных приближений, а также декомпозиции задачи расчета потокораспределения на две составляющие: пересчет векторов узловых потенциалов  $P$  и массовых расходов  $X$  с использованием итераций метода GGA и пересчет газосодержаний в узлах слияния ветвей (рис. 1). Итерации по расходам и узловым потенциалам метода GGA перемежаются с итерациями по пересчету газосодержания. Критериями выхода из цикла при этом является достижение определенной точности по расходам и узловым потенциалам.

В данной статье предложенный подход расширен на случай произвольного неизотермического «замороженного» двухфазного течения.

### Расчет неизотермического «замороженного» двухфазного течения с применением метода GGA

Основное отличие от изотермического течения, описанного в работе [13], состоит в том, что функции потери потенциала на ветви зависят от начальной температуры, которая может меняться в узлах слияния в зависимости от распределения потоков:  $f_j(x_j, p_{н,j}, e_{н,j}, T_{н,j}) = \Delta p_j$  — потери давления на  $j$ -й ветви, в данном случае зависящие от начального давления ( $p_{н,j}$ ), температуры ( $T_{н,j}$ ) и газосодержания ( $e_{н,j}$ ) ветви ( $x$  — массовый расход). Подробно вид функции  $f$  описан в работе [13].

В качестве исходных данных для неизотермического двухфазного расчета выступают:

- давления или расходы во всех источниках и потребителях;
- массовые газосодержания во всех источниках;
- температуры во всех источниках.

Первое приближение по температуре рассчитывается аналогично первому приближению по газосодержаниям, описанному в работе [13]:

$$T_0 = \frac{\sum_{k=0}^N T_{\text{пр}}^{(k)}}{N},$$

где  $T_{\text{пр}}^{(k)}$  — заданная температура в каждом из  $N$  притоков;  $T_0$  — начальное приближение по температуре для остальных ветвей.

В случае неизотермического течения предложена декомпозиция расчета потокораспределения на три задачи. Первые две задачи совпадают с описанными ранее задачами для изотермического случая – пересчет векторов узловых потенциалов  $P$  и массовых расходов  $X$  с использованием метода GGA при фиксированных газосодержаниях и пересчет газосодержаний в узлах слияния ветвей при фиксированных расходах (рис. 1). В случае неизотермического течения добавляется третья задача — пересчет температур на ветвях и в узлах слияния при фиксированных потенциалах, расходах и газосодержаниях (рис 2). В данном случае добавляется

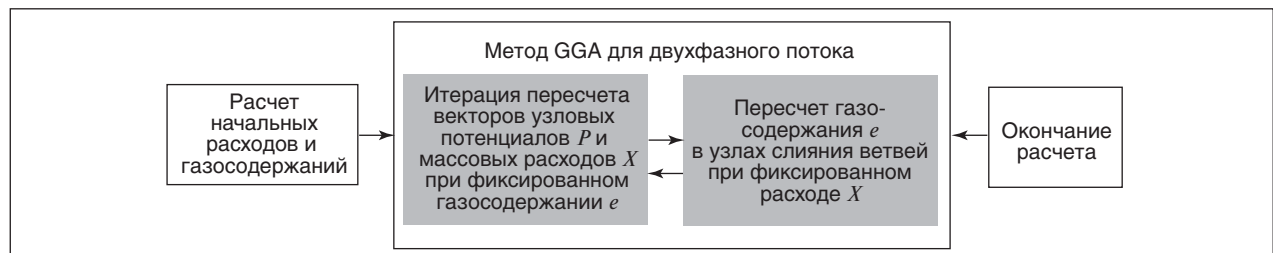


Рис. 1. Декомпозиция задачи при расчете потокораспределения изотермического «замороженного» двухфазного течения



Рис. 2. Декомпозиция задачи при расчете потокораспределения неизотермического «замороженного» двухфазного течения

критерий выхода из цикла по изменению температуры в узлах.

Рассмотрим задачу пересчета температур подробнее. Автором реализован известный алгоритм «прямого просчета» с обходом трубопровода и пересчетом температуры на ветвях и в узлах слияния. Суть алгоритма состоит в последовательном переборе узлов и ветвей и пересчете, при возможности, температуры в конце ветви (для ветвей, если температура в начальном узле ветви известна) или температуры после слияния (для узлов, если конечная температура всех входящих в них ветвей известна). Рассмотрим работу алгоритма на несложном примере (рис. 3). На рис. 3, I изображено исходное состояние трубопровода. Узлы, обозначенные серым цветом, — источники с заданными температурами. Следовательно, на первом шаге (рис. 3, II) можно просчитать ветви 1–3 и 2–3, а также пересчитать температуру в узле 3. На втором шаге (рис. 3, III) появилась возможность просчитать ветвь 3–4 и температуру в узле 4. На третьем шаге (рис. 3, IV) появилась возможность просчитать ветви 4–5 и 4–6, а также температуры в узлах 5, 6.

Легко доказать, что данный алгоритм доходит до конца (т.е. просчитывает всю схему) тогда и только тогда, когда в схеме отсутствуют рециклы (т.е. ориентированные замкнутые контуры). Как правило, в трубопроводах, перекачивающих двухфазные продукты, отсутствуют рециклы, так как насосы практически не используются.

Пересчет температуры по ветвям описан в работе [13]. Поясним пересчет температур в узлах слияния и разделения.

При разделении потоков температура в начале ветвей с выходящими потоками принимается равной температуре в конце ветви с входящим потоком.

При слиянии потоков температура в начале ветви (ветвей) с исходящим потоком (потоками) рассчитывается по следующему принципу.

Температура  $T$  потока (потоков) после слияния суммарным расходом  $x$ , при слиянии потоков с расходами  $x_j$  ( $x = \sum x_j$ ) и температурами  $T_j$ , определяется из условия сохранения энтальпии до и после слияния.

$$i(T, p)x = \sum_j i_l(T_j, p)x_{l,j} + \sum_j i_g(T_j, p)x_{g,j},$$

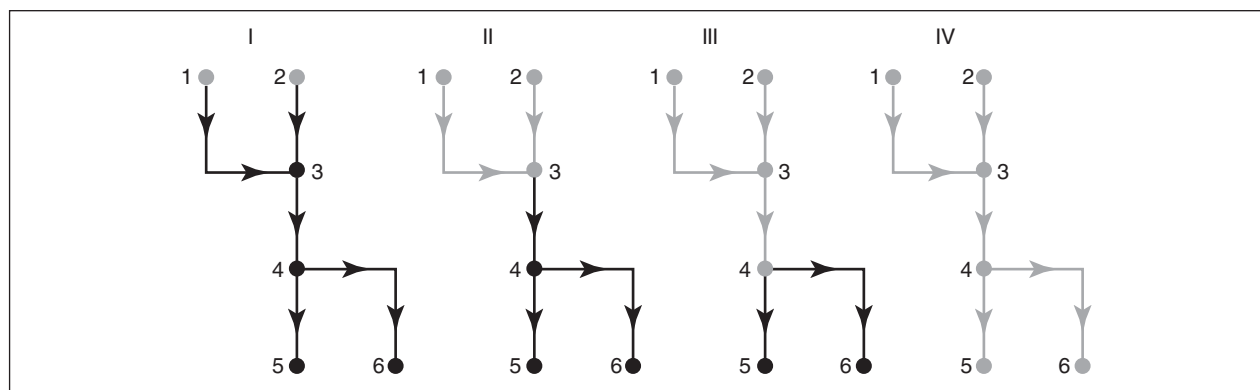


Рис. 3. Пример работы алгоритма пересчета температуры

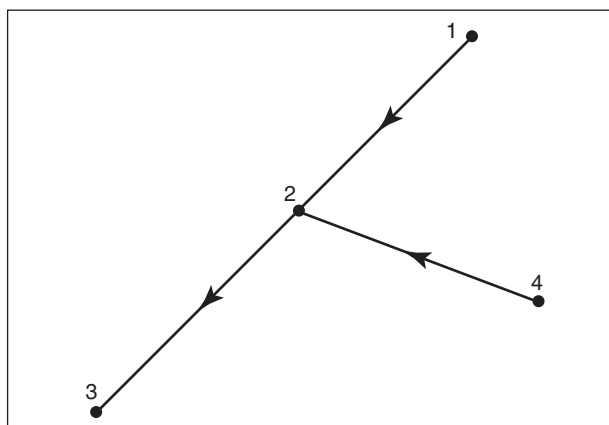


Рис. 4. Трубопровод из примера I

где  $p$  — давление, Па;  $x$  — массовый расход, кг/с; индексы  $l$  и  $g$  означают жидкость и газ, соответственно; в качестве давления берется давление после слияния (в начале соответствующей ветви).

Определение  $T$  сводится к нахождению нуля функции:

$$f(T) = i_l(T, p)x_l + i_g(T, p)x_g - \left[ \sum_j i_l(T_j, p)x_{l,j} + \sum_j i_g(T_j, p)x_{g,j} \right].$$

Уравнение решается методом половинного деления в интервале от минимальной до максимальной температуры на ветвях, входящих в узел.

**Анализ результатов**

**Пример I.** Рассмотрим простейший пример расчета потокораспределения — трубопровод с тремя ветвями и одним узлом слияния (табл. 1, рис. 4). В качестве перекачиваемого продукта выступает система вода — воздух.

В качестве исходных данных выступают давления во всех источниках и потребителях (расходы не заданы, то есть дополнительно стоит задача расчета пропускной способности),

Табл. 1. Исходные данные для примера I

Ветвь	Диаметр, мм		Массовое газосодержание	Давление, МПа		Начальная температура, °C
	внутренний	наружный		начальное	конечное	
1-2	50	57	0,100	0,20	—	30
2-3	80	89	—	—	0,19	—
4-2	50	57	0,095	0,20	—	40

Табл. 2. Результаты расчета для примера I

Ветвь	Расход, кг/ч	Газосодержание		Длина, м	Диаметр, мм	Максимальные		Давление, МПа		Температура, °C	
		массовое	объемное			скорость м/с	число Маха	начальное	конечное	начальная	конечная
1-2	3646,9	0,1000	0,9803	3	50	23,66	0,2488	0,2000	0,1934	30,00	29,88
2-3	8076,2	0,0973	0,9803	4	80	20,62	0,2179	0,1934	0,1900	35,39	35,26
4-2	4429,3	0,0950	0,9798	2	50	28,23	0,2993	0,2000	0,1934	40,00	39,91

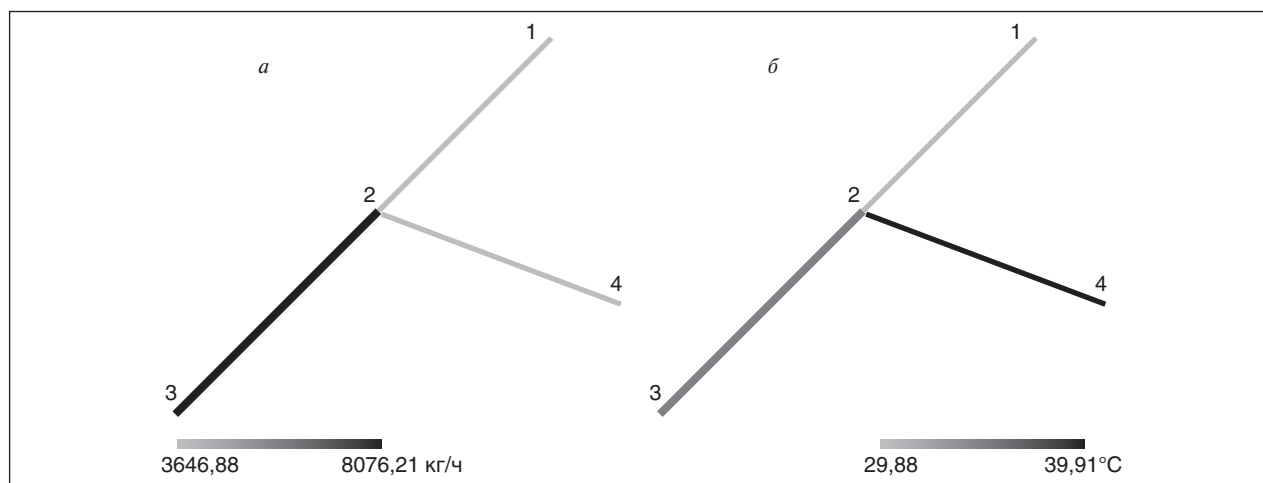


Рис. 5. Графическое представление результатов расчета для примера I (распределение расходов (а) и температур (б))

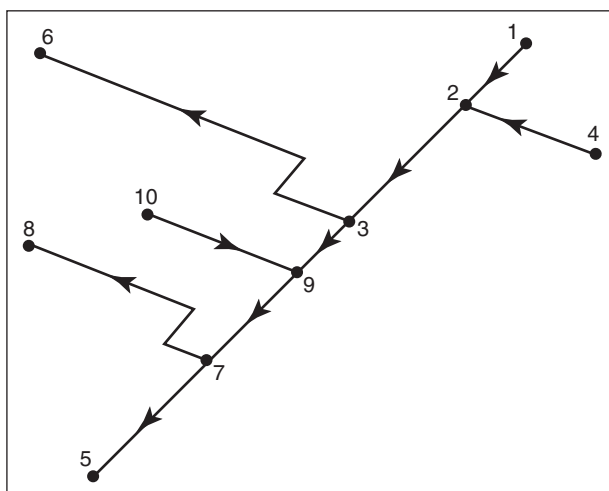


Рис. 6. Трубопровод из примера II

температуры и массовые газосодержания во всех источниках.

Результаты расчета представлены в табл. 2 и на рис. 5.

Анализируя результаты, можно сделать вывод, что максимальная пропускная способность трубопровода составит 8076,2 кг/ч, распределение потоков по ветвям 1–2 и 4–2 составляет

3646,9 и 4429,3 кг/ч, соответственно (что логично, так как ветвь 4–2 имеет меньшую длину и, следовательно, меньшее сопротивление). Также видно, что температура в узле слияния равна 35,39°C, а в конце ветви — 35,26°C. Рассчитанное газосодержание на ветви 2–3 равняется 0,0973.

**Пример II.** В качестве второго примера рассмотрим более сложный и протяженный трубопровод с несколькими источниками и потребителями и несколькими узлами слияния и разделения потоков (табл. 3, рис. 6). В качестве перекачиваемого продукта выступает система вода — воздух.

В качестве исходных данных выступают давления во всех источниках и расходы во всех потребителях, температуры и массовые газосодержания во всех источниках.

Результаты расчета представлены в табл. 4 и на рис. 7

Анализируя результаты, можно сделать вывод, что были получены адекватные результаты для всех искомых параметров.

Оба примера показали хорошую сходимость. В первом примере результат достигнут двумя внешними итерациями по температуре и че-

Табл. 3. Исходные данные для примера II

Ветвь	Диаметр, мм		Расход, кг/ч	Массовое газосодержание	Начальное давление, МПа	Начальная температура, °C
	внутренний	наружный				
1–2	50	57	–	0,100	0,2	30
2–3	80	89	–	–	–	–
3–9	50	57	3000	–	–	–
10–9	50	57	–	0,050	0,2	50
9–7	50	57	3000	–	–	–
7–8	40	45	1000	–	–	–
7–5	50	57	3000	–	–	–
3–6	50	57	3000	–	–	–
4–2	50	57	–	0,095	0,2	40

Табл. 4. Результаты расчета для примера II

Ветвь	Расход, кг/ч	Газосодержание		Длина, м	Диаметр, мм	Максимальные		Давление, МПа		Температура, °C	
		массовое	объемное			скорость, м/с	число Маха	начальное	конечное	начальная	конечная
1–2	1565,9	0,1000	0,9800	10,0	50	10,00	0,1052	0,20000	0,19602	30,00	29,07
2–3	3190,9	0,0975	0,9798	13,0	80	7,92	0,0839	0,19602	0,19417	34,02	31,90
3–9	190,9	0,0975	0,9796	9,2	50	1,21	0,0128	0,19417	0,19411	31,90	25,56
10–9	2809,2	0,0500	0,9612	10,0	50	9,85	0,1392	0,20000	0,19411	50,00	49,11
9–7	3000,1	0,0530	0,9651	13,8	50	11,64	0,1611	0,19411	0,18380	47,66	46,57
7–8	1000,0	0,0530	0,9664	27,2	40	6,28	0,0877	0,18380	0,17456	46,57	41,84
7–5	3000,0	0,0530	0,9687	27,0	50	12,98	0,1811	0,18380	0,16270	46,57	43,54
3–6	3000,0	0,0975	0,9879	43,2	50	31,67	0,3399	0,19417	0,11493	31,90	29,71
4–2	1625,1	0,0950	0,9794	10,0	50	10,18	0,1082	0,20000	0,19602	40,00	38,76

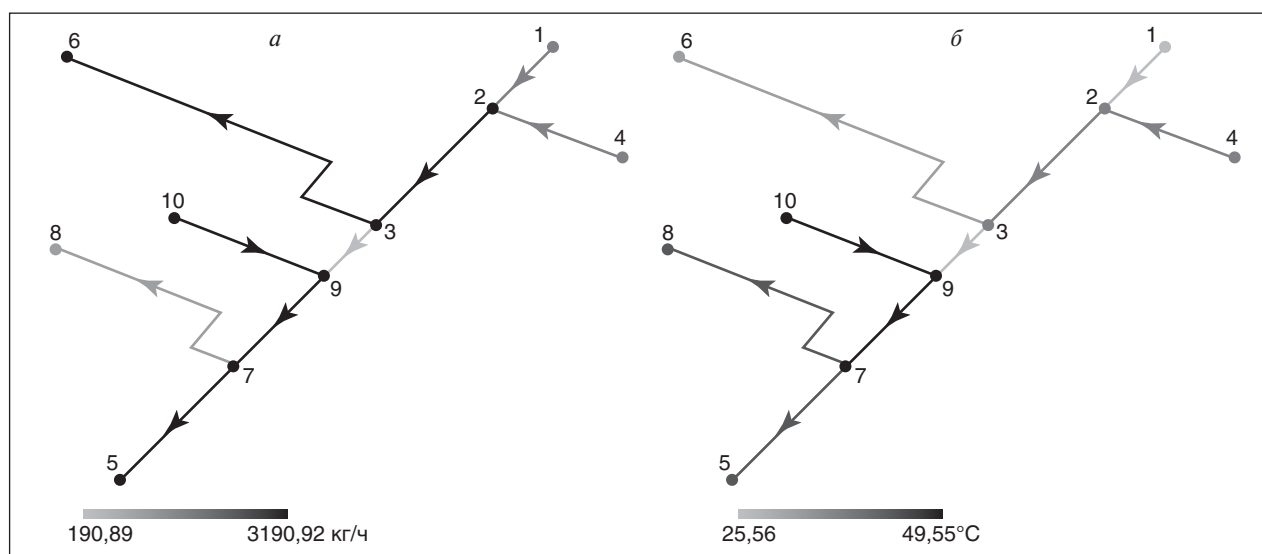


Рис. 7. Графическое представление результатов расчета для примера II (распределение расходов (а) и температур (б))

тырьмя внутренними итерациями по давлению и газосодержанию. Во втором примере результат достигнут тремя итерациями по температуре и семью внутренними итерациями по давлению и газосодержанию.

### Выводы

В статье предложена методика неизотермического расчета потокораспределения двухфазных газо-жидкостных смесей в трубопроводах

сложной топологии. Особенность предложенной методики состоит в расширении области применения метода GGA на двухфазные потоки. На данный момент предложенный метод ограничен применимостью только к «замороженному» двухфазному течению (без учета массообмена) в трубопроводах без рециклов. Предложенная методика реализована в расчетной библиотеке программы «Гидросистема» и проверена на ряде примеров.

### Литература

1. Бабенко А. В., Гартман Т. Н., Корельштейн Л. Б. Расчет потокораспределения для двухфазного газо-жидкостного течения в промышленных разветвленных трубопроводах // Технологии нефти и газа. — №3. — 2012. — С. 29–33.
2. Todini E. Un metodo del gradiente per la verifica delle reti idrauliche // Bollettino degli Ingegneri della Toscana. — 1979. — N. 11:11–14.
3. Todini E., Pilati S. A gradient algorithm for the analysis of pipe networks. In B. Coulbeck and C. H. Orr (eds) Computer Applications in Water Supply, Volume 1 (System analysis and simulation). — London: John Wiley & Sons, 1988. — P. 1–20.
4. Salgado R., Todini E., O'Connell. P. E. Comparison of the gradient method with some traditional methods for the analysis of Water Supply and Distribution. In B. Coulbeck and C. H. Orr (eds) Computer Applications in Water Supply, Volume 1 (System analysis and simulation). — London: John Wiley & Sons, 1988. — P. 38–62.
5. Todini E. A Unifying View on the Different Looped Pipe Network Analysis Algorithms. In R. Powell and K. S. Hindi (eds) Computing and Control for the Water Industry. — Baldock, UK, Research Studies Press Ltd., 1999. — P. 63–80.
6. Трубопроводные системы энергетики. Управление развитием и функционированием. — Новосибирск, Наука, 2004.
7. Меренков А. П., Хасилев В. Я. Теория гидравлических цепей. — М.: Наука, 1985.
8. Юдовина Е. Ф., Пашенкова Е. С., Корельштейн Л. Б. Программный комплекс «Гидросистема» и его использование для гидравлических расчетов трубопроводных систем. В кн.: Математическое моделирование трубопроводных систем энергетики/ Тр. XII Всеросс. научн. семин. с междунар. участ. «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза развивающихся трубопроводных и гидравлических систем», 20–26 сентября 2010 г. — Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 2010. — С. 475–485.
9. Корельштейн Л. Б., Юдовина Е. Ф. «Гидросистема»: в преддверии фазового перехода // CADmaster. — 2010. — №3. — С. 82–86.
10. <http://www.epa.gov/nrmrl/wswrd/epanet.html>.
11. <http://www.civilprojects.com>.

12. Корельштейн Л. Б., Пашенкова Е. С. Опыт использования методов глобального градиента и декомпозиции при расчете установившегося неизотермического течения жидкостей и газов в трубопроводах. В книге: Трубопроводные системы энергетики. Математическое моделирование и оптимизация. — Новосибирск: Наука, 2010. — С. 103–114.
13. Бабенко А. В., Корельштейн Л. Б., Гартман Т. Н. Математическое моделирование установившегося течения двухфазных газо-жидкостных потоков в промышленных трубопроводах. Расчет ветвей // Химическая технология. — 2012. — №7. — С. 429–440.

A. V. Babenko

### **Flow Distribution Calculation for Two-phase Gas-liquid Flow in Industrial Branched Pipelines. Nonisothermic case**

*The new calculation method of two-phase flow distribution is proposed. The proposed method is the extension of Global Gradient Algorithm (GGA) for two-phase flow. This paper describes the application of Global Gradient Algorithm for nonisothermic two-phase flow.*

**Key words:** flow distribution, piping network, Global Gradient Algorithm, gas-liquid flow, two-phase flow.

## **Вниманию специалистов!**

**С. В. Дейнеко**

### **ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ГАЗОНЕФТЕПРОВОДОВ. ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ**

В сборнике рассматриваются практические задачи оценки надежности объектов систем газонефтепроводов на стадии эксплуатации. В задачах используются конструкции реальных объектов и реальные статистические данные. Рассмотрены основные этапы и особенности построения структурных моделей – схем надежности систем газонефтепроводов, а также задачи, связанные с обработкой статистической информации о наработках на отказ и построением вариационных рядов. Заключительным этапом расчетов является количественная оценка надежности систем газонефтепроводов на основе построения структурных схем. Приводится решение задач.

Сборник задач предназначен для студентов, магистрантов и аспирантов специальности 130501 «Проектирование, сооружение и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ» и для инженерно-технического персонала, связанного с оценкой эксплуатационной надежности газонефтепроводов.

**М.: Издательство «Техника», 2007. — 80 с.**

**С. В. Дейнеко**

### **ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ГАЗОНЕФТЕПРОВОДОВ МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ: ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

В лабораторном практикуме рассматриваются модели расчета надежности технологических элементов газонефтепроводов. Представлены основные этапы построения моделей и этапы компьютерного моделирования для решения задач оценки надежности.

Приводятся описание и примеры использования методов компьютерного моделирования для решения инженерных задач надежности в среде Excel.

Построение моделей объектов проводится на основе реальных статистических данных.

Лабораторный практикум предназначен для студентов, магистрантов и аспирантов специальности 130501 «Проектирование, сооружение и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ» и для инженерно-технического персонала, связанного с оценкой эксплуатационной надежности газонефтепроводов.

**М.: Издательство «Техника», 2007. — 80 с.**