

## Регулировка пружин упругих опор как задача оптимизации

В. Я. Магалиф, Е. Е. Шапиро

*Регулировка пружин упругих опор представляет собой один из способов искусственного регулирования напряжений в трубопроводе. Нулевые прогибы от веса в местах расположения упругих опор не обеспечивают минимальных напряжений. При такой регулировке пружин напряжения, обусловленные весом трубопровода, могут оставаться значительными. Регулировка по критерию минимума напряжений позволяет полнее реализовать резервы несущей способности трубопроводов с опорно-подвесными системами. Определение допустимых диапазонов изменения нагрузки для каждой упругой опоры обеспечивает снижение трудоемкости регулировки пружин при проведении пуско-наладочных работ и мониторинга их упругой работы в процессе эксплуатации.*

**Ключевые слова:** трубопровод, упругие опоры, регулировка пружин.

Регулировка пружин упругих опор предназначена для того, чтобы приблизить упругую работу трубопровода к работе невесомой пружины, компенсирующей собственные температурные расширения. Цель регулировки обычно состоит в достижении нулевых прогибов от веса трубопровода в местах установки опор. Однако эффект невесомости может быть достигнут только при условии непрерывного опирания. Если же опоры расположены на некотором расстоянии друг от друга (как это обычно имеет место), то над опорами и в пролетах возникают напряжения, обусловленные изгибом. Характерным примером может служить многопролетная неразрезная балка, нагруженная равномерно-распределенной нагрузкой  $q$ . Изгибающие моменты в сечениях такой балки над промежуточными опорами зависят от длины пролетов и, как правило, значительно превышают моменты в пролетах.

При дискретной расстановке опор наилучшим способом нейтрализации веса, по-видимому, будет такая регулировка, которая обеспечит минимальные напряжения. Поясним это на простейшем примере. На рис. 1, а приведена расчетная модель симметричной двухпролетной балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой  $q$  (собственным весом). На рис. 1, б представлена эпюра изгибающих моментов. Наибольший изгибающий момент имеет место над средней опорой (в точке  $B$ ):

$$M_1^B = -\frac{ql^2}{8}.$$

Реакции в крайних опорах (точки  $A$  и  $C$ )

$$R_1^A = R_1^C = \frac{3}{8}ql.$$

Теперь представим себе, что опора в точке  $B$  (двухсторонняя вертикальная связь) смещается по вертикали на величину  $\delta$  (рис. 1, в). Эта осадка

дает дополнительные опорный момент и реакции в крайних опорах (рис. 1, з)

$$M_2^B = \frac{3EI}{l^2}\delta; \quad R_2^A = R_2^C = \frac{3EI}{l^3}\delta.$$

Из сопоставления эпюр изгибающих моментов на рис. 1, б и з, видно, что с помощью изменения величины смещения  $\delta$  можно изменять значения изгибающих моментов. Оптимальным, по-видимому, будет вариант, когда изгибающий

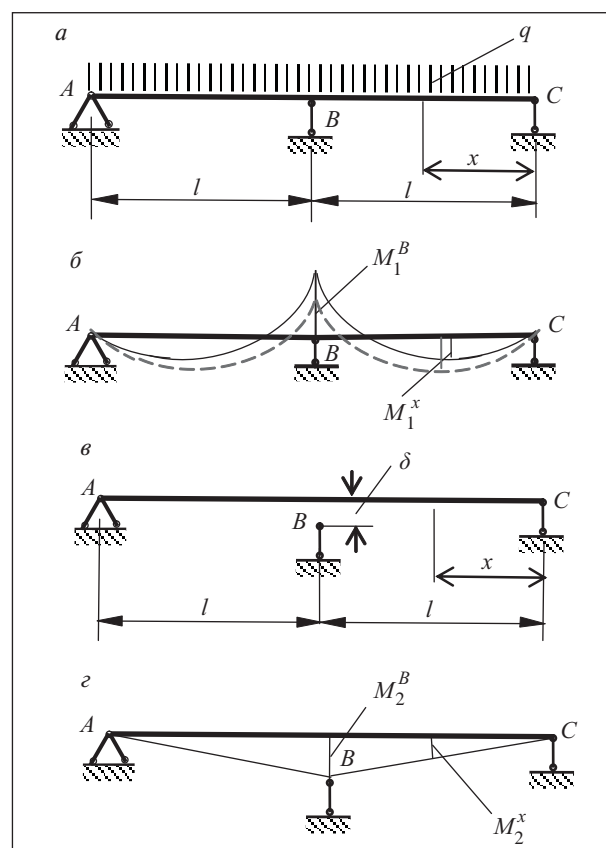


Рис. 1. Работа двухпролетной балки

момент на опоре в точке  $B$  уравнивается с наибольшим изгибающим моментом в пролете (на рис. 1,  $a$  эта эпюра показана пунктиром). Изгибающий момент в пролете (в силу симметрии можно ограничиться вычислениями только для правого пролета)

$$M_{1,2}^x = -\frac{3}{8}qlx + \frac{3EI\delta}{l^3}x - qx \left( l - \frac{x}{2} \right),$$

где  $x$  — расстояние от точки  $C$  до рассматриваемого сечения  $0 \leq x \leq l$  (рис. 1,  $a$ ).

Возьмем производную этой функции по переменной  $x$  и приравняем ее нулю. Получаем максимальное значение изгибающего момента в пролете:

$$M_{\max}^x = -\frac{q}{2} \left( -\frac{5}{8}l + \frac{3EI\delta}{l^3q} \right).$$

Его нужно приравнять к опорному моменту:

$$M^B = ql \left( -\frac{l}{8} + \frac{3EI\delta}{l^3q} \right).$$

В результате решения уравнения  $M^B = M_{\max}^x$ , находим такое значение  $\delta$ , при котором напряжения изгиба в балке  $\sigma_{\text{изг}} = M/W$ , нагруженной распределенной нагрузкой интенсивностью  $q$  (кг/м), будут сведены к минимуму. На рис. 1,  $b$  соответствующая эпюра изгибающих моментов показана пунктиром.

Таким образом, создавая дополнительные усилия за счет изменения отметки опирания в точке  $B$ , мы можем регулировать напряжения. Очевидно, что если наибольшие напряжения окажутся меньше допускаемых, то значений  $\delta$ , будет множество.

На рис. 2 та же задача представлена в несколько ином виде. Однопролетная балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой и сосредоточенной силой  $P$ , направленной вертикально вверх. Эта сила представляет собой нагрузку, создаваемую регулировкой пружин упругой опоры. При прогибе в точке  $B$  равно нулю (традиционный подход к определению  $P$ ), изгибающий момент сечения балки будет равен опорному моменту  $M_1^B$  (рис. 1). Соответственно при прогибе  $\delta$ , найденного из условия  $M^B = M_{\max}^x$ , будем иметь значение  $P$ , при котором максимальные напряжения изгиба в балке станут наименьшими. Если минимум напряжений будет отвечать условию

$$\left| \frac{M^B}{W} - \sigma_0 \right| = \frac{1}{2W} |l(ql - P)| - \sigma_0 \leq 0,$$

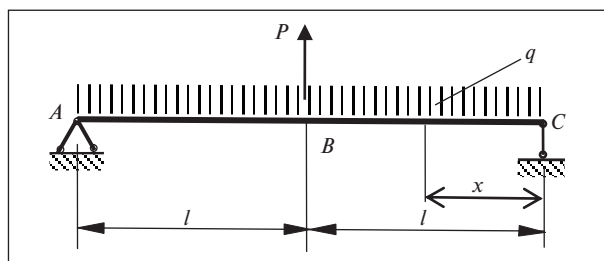


Рис. 2. Эквивалентная схема нагружения однопролетной балки

где  $\sigma_0$  — допускаемое напряжение, то для силы  $P$  существует диапазон ее возможного изменения

$$ql + \frac{2W\sigma_0}{l} > P > ql - \frac{2W\sigma_0}{l},$$

при котором напряжения не превысят допускаемые.

В общем виде задачу можно сформулировать так. Дан пространственный трубопровод с упругими опорами, действие которых на трубопровод представлено в виде сосредоточенных сил  $P_1, P_2, \dots, P_n$  (рис. 3). Требуется:

- во-первых, найти значения этих сил, обеспечивающих минимальные напряжения в трубопроводе от весовой нагрузки,
- во-вторых, если при найденных значениях наибольшие напряжения окажутся меньше допускаемых, то для каждой силы надо определить диапазон ее возможного изменения, при котором напряжения от весовой нагрузки не превысят допускаемые.

### Решение задачи минимума напряжений

Выделим конечное число поперечных сечений на прямолинейных участках трубопровода  $s = 1, 2, \dots, m$ . Для каждого сечения формула продольных напряжений, обусловленных изгибом

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W_s} + \frac{N_s}{F_s} \quad (s = 1, 2, \dots, m),$$

где  $M_s$  — момент в сечении  $s$ ;  $N_s$  — продольная сжимающая сила;  $W_s$  и  $F_s$  — момент сопротивления изгибу и площадь сечения.

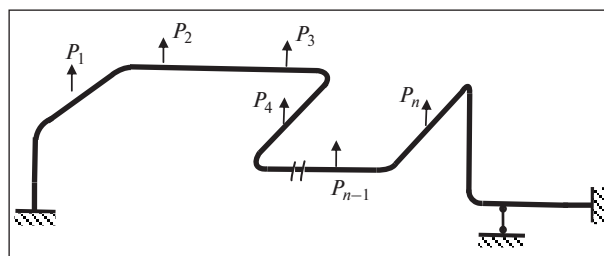


Рис. 3. Трубопровод с упругими опорами

Приложим к трубопроводу единичные силы по направлению  $P_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) и рассчитаем трубопровод на действие каждой такой силы по отдельности. Тогда напряжения в любом выделенном сечении  $s$  можно представить линейными функциями от независимых  $P_1, P_2, \dots, P_n$

$$\sigma_s(P) = \sum_{i=1}^n \frac{M_{si}}{W_s} P_i + \sum_{i=1}^n \frac{N_{si} P_i}{F_s}$$

$(i = 1, 2, \dots, n; s = 1, 2, \dots, m).$

Наша цель состоит в нахождении минимума функции  $\max \sigma_s(P)$ . Поскольку эта функция является выпуклой, задача имеет единственное решение и его можно получить численными методами (например, методом хорд). Если в результате все значения наибольших напряжений в трубопроводе окажутся меньше допустимого значения  $\sigma_0$ , то можно для каждой силы  $P_i$  найти допустимый диапазон ее изменения при условии, что наименьший из всех допустимых диапазонов будет максимально большим.

#### Нахождение диапазона допустимых значений для $P_i$

Поскольку ни одно их значений  $\sigma_s(P)$  не должно превышать  $\sigma_0$ , получаем следующую систему неравенств, ограничивающую область поиска

$$V_s(P) = \sigma_s(P) - \sigma_0 \leq 0 \quad (s = 1, 2, \dots, m). \quad (3)$$

Поставленной задаче можно дать наглядную геометрическую интерпретацию. Пусть дано  $n$ -мерное евклидово пространство  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , в котором выделена выпуклая область  $V$ , задаваемая неравенствами (3). В эту область нужно вписать параллелепипед со сторонами, параллельными осям координат, так, чтобы наименьшая его сторона  $2l_i$  была максимальной.

Сначала впишем в область  $V$  куб со сторонами, параллельными осям координат, и максимальной стороной.

Так как область  $V$  является выпуклой, то для того, чтобы куб лежал внутри области необходимо и достаточно, чтобы каждая вершина находилась внутри или на границе этой области. Если задавать куб набором чисел  $(p_1, p_2, \dots, p_n, p_{n+1})$ , в котором  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  — координаты центра куба в  $n$ -мерном пространстве, а  $p_{n+1}$  — полусторона куба, то координатами его вершин в  $n$ -мерном пространстве будут  $(p_1 \pm p_{n+1}, p_2 \pm p_{n+1}, \dots, p_n \pm p_{n+1})$ , где  $p_{n+1}$  берутся с возможными комбинациями знаков «+» и «-».

Координаты вершин в векторной форме

$$\bar{p} + \bar{l}_j,$$

где  $\bar{p} = p_1, p_2, \dots, p_n$ ;  $\bar{l}_j = (\pm p_{n+1}, \dots, \pm p_{n+1}), j = 1, 2, \dots, 2^n$ .

Условие, что все вершины куба принадлежат области  $V$ , имеет вид

$$W_{ij}(p_1, p_2, \dots, p_{n+1}) = V_i(\bar{p} + \bar{l}_j) \leq 0, \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, 2^n). \quad (4)$$

Область  $W_{ij}$  в  $(n+1)$ -мерном пространстве является выпуклой в силу выпуклости функций  $V_i$ .

Если теперь ввести целевую функцию

$$U(p_1, p_2, \dots, p_{n+1}) = p_{n+1},$$

то задача сведется к нахождению максимума функции  $U(\Phi)$  на множестве  $W_{ij}$ , которое задается ограничениями

$$W_{ij}(\Phi) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, 2^n).$$

Мы получили типичную задачу выпуклого программирования, решаемую численными методами.

Возьмем для наглядности  $n = 2$  (рис. 4). Сечением тела  $W$  плоскостью  $p_3 = 0$  (в общем случае  $p_{n+1} = 0$ ), будет тело  $V$ . Если  $p^{(1)} > p^{(2)} > 0$ , то проекция сечения тела  $W$  плоскостью  $p_3 = p^{(1)}$  на плоскость  $p_3 = p^{(2)}$  лежит внутри сечения тела  $W$  плоскостью  $p_3 = p^{(2)}$ . Поэтому тело  $W$  представляет собой «холм» с основанием  $V$ . Максимум функции  $U(\Phi)$  достигается в вершине этого «холма». Процесс последовательных приближений состоит в том, чтобы двигаясь к вершине «холма», постоянно проверять условия пересечения с границей тела  $W$  до тех пор, пока максимум не будет достигнут.

На базе полученного куба можно построить несколько параллелепипедов, вершины которых не выходят за границы области  $V$ .

С практической точки зрения, чем больше допустимый диапазон, тем лучше. Это снижает

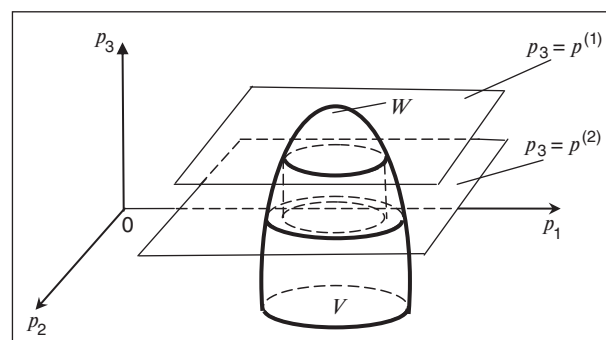


Рис. 4. Геометрическое представление двумерной задачи

трудоемкость регулировки пружин при проведении пуско-наладочных работ и упрощает процесс мониторинга их упругой работы в процессе эксплуатации. Поэтому весьма актуальной является задача «растяжки» куба до параллелепипеда, лежащего в той же области.

Эта задача решается с помощью перебора вариантов. Берется сторона  $n$ -мерного куба и растягивается до границ выпуклой области  $V$ ; затем по очереди растягиваются все остальные его стороны. После этого берется следующая сторона, и вся процедура повторяется. В результате получается  $n!$  параллелепипедов с разными диапазонами для  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Какой из полученных вариантов принять, зависит от особенностей конструкции конкретного трубопровода. При наличии большого числа равноценных вариантов можно предложить следующий формальный критерий. По каждому параллелепипеду подсчитывается сумма отношений допустимого диапазона  $\Delta_i$  к среднему в этом диапазоне значению нагрузки  $p_i$ . Параллелепипед, у которого эта сумма окажется самой большой, и есть наилучший.

$$\max_j \sum_{i=1}^n \frac{\Delta_i}{p_i} \quad (j = 1, 2, \dots, n!).$$

### Выводы

1. Регулировка пружин упругих опор представляет собой один из способов искусственного регулирования напряжений в трубопроводе.

2. Нулевые прогибы от веса в местах расположения упругих опор не обеспечивают минимальных напряжений. При такой регулировке пружин напряжения, обусловленные весом трубопровода, могут оставаться значительными.

3. Регулировка по критерию минимума напряжений позволяет полнее реализовать требование «невесомости» для нагретого до расчетной температуры трубопровода.

4. Определение допустимых диапазонов изменения нагрузки для каждой упругой опоры обеспечивает снижение трудоемкости регулировки пружин при проведении пуско-наладочных работ и мониторинга их упругой работы в процессе эксплуатации.

V. Y. Magalif, E. E. Shapiro

### Adjusting the Spring Hangers as the Optimization Problem

*Adjusting the spring hangers is one of the ways for artificial control of pipeline stresses. Zero displacements from the weight loads in the spring hanger locations method does not provide the minimum stress.*

*With this spring hanger adjustment method the pipeline stresses from the weight loads can be very large.*

*Spring hanger adjustment by minimum stresses criterion allows to realize the reserves of strength capacity more effectively. Determination of the allowable load range for each spring hanger provides reduced complexity during adjustment work and monitoring of pipeline during the operation.*

**Key words:** pipeline, spring hangers, adjusting spring hangers.

## Инженерные расчеты любой сложности



Анализ и устранение вибраций оборудования технологических установок

Комбинированный расчет трансферного трубопровода (гидравлика и прочность)

Прочностные расчеты трубопроводов и оборудования

Теплогидравлические расчеты трубопроводов и аппаратов

Моделирование технологических процессов, расчет ТФС и ФР веществ

ООО «НТП Трубопровод»  
Москва, ул. Плеханова, 7  
тел. +7 (495) 225-9435  
e-mail: info@truboprovod.ru  
http://www.truboprovod.ru

