РАСЧЕТ СМАЧИВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВЫПУКЛЫХ И ТОРОСФЕРИЧЕСКИХ ДНИЩ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Корельштейн Л. Б.,
ООО «НТП Трубопровод»,
Москва

В предыдущем номере ТПА [1] уже обсуждалась важность правильного и точного расчета смачиваемой поверхности аппаратов, пробелы, которые есть по данному вопросу, и был заполнен важнейший из них – в части расчета эллиптических днищ горизонтальных аппаратов. Настоящая статья заполняет два других пробела – для выпуклых днищ (представляющих собой сферический сегмент) и торосферических днищ, для которых, как ни удивительно, автору не удалось обнаружить описанных в литературе удобных для инженерного применения и в то же время достаточно точных формул. Поскольку математический вывод соответствующих формул довольно громоздок, ниже приведены только основные результаты – которые оказываются на удивление простыми и элегантными.

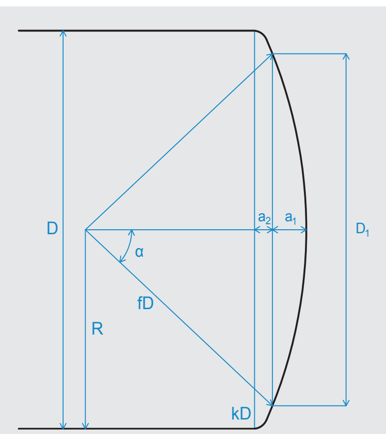

Рисунок 1

ВЫПУКЛОЕ ДНИЩЕ

Выпуклое днище представляет собой сегмент сферы радиуса R_d, присоединенный к обечайке радиуса R. Высота днища a может быть рассчитана по формуле: $a = R_d - \sqrt{R_d^2 - R^2}$.

Для наполовину и полностью заполненного аппарата площадь смачиваемой поверхности $A_w(h)$ легко рассчитывается по известным формулам для площади сегмента сферы:

$$A_w(2R) = 2A_w(R) = 2\pi R_d a = \pi(a^2 + R^2) \qquad (1)$$

Далее, ввиду симметричности днища, достаточно вывести формулу для расчета смачиваемой площади и ограничиться случаем $0 \le h \le R$, поскольку при $R \le h \le 2R$:

$$A_w(h) = A_w(2R) - A_w(2R - h) \qquad (2)$$

Прямое интегрирование по формуле расчета поверхности позволяет получить для случая $0 \le h \le R$ следующую достаточно простую <u>точную</u> формулу:

$$A_w(h) = (R^2 + a^2)\left\{\frac{1}{2}[\arccos(\Delta_1) + \arccos(\Delta_1\Delta_2)] + \frac{1}{2E^2}\right.$$
$$\left.[\arcsin(\Delta_1) - \arcsin(\Delta_1\Delta_2)] - (\frac{1-H}{E}\arccos(\Delta_2)\right\}, \qquad (3)$$

где безразмерные параметры рассчитываются следующим образом:

$$H = \frac{h}{R}, E = \frac{a}{R}, \Delta_1 = 1 - H, \Delta_2 = \frac{1 - E^2}{\sqrt{(1 + E^2)^2 - 4E^2(1 - H)^2}} \qquad (4)$$

ТОРОСФЕРИЧЕСКОЕ ДНИЩЕ

Торосферическое днище представляет собой совокупность выпуклого днища (сегмента сферы) радиусом R_f и торической части с радиусами R_k и $R - R_k$, гладко соединенных между собой и с цилиндрической обечайкой радиуса R (рисунок 1). Геометрия днища полностью определяется безразмерными параметрами $f > 0{,}5$ и $0 < k < 0{,}5$, задающими отношение радиусов сферической и торической частей днища к диаметру D обечайки:

$$R_f = fD = 2fR, R_k = kD = 2kR \qquad (5)$$

В российской практике такие днища чаще всего изготавливают с параметрами $f = 1$ и $k = 0{,}2$.

Из условия гладкости соединения частей днища и обечайки легко выводятся соотношения для расчета остальных геометрических параметров (рисунок 1):

$$\sin\alpha = (1 - 2k)/2(f - k) \qquad (6)$$

$$R_1 = 2fR\sin\alpha = f(1-2k)/(f-k)\,R \qquad (7)$$

$$a_1 = R_f(1 - \cos\alpha), a_2 = R_k\cos\alpha \qquad (8)$$

Площадь смачиваемой поверхности полностью или наполовину заполненного днища можно легко получить по формулам расчета площади поверхности вращения:

$$A_w(2R) = 2A_w(R) = 2\pi R_f a_1 + 2\pi R_k a_2 + 2\pi R_k(R - R_k)(\pi/2 - \alpha). \qquad (9)$$

Далее в этом случае, также ввиду симметричности, достаточно вывести формулу для расчета смачиваемой площади при $0 \le h \le R$, поскольку при $R \le h \le 2R$ имеет место формула (2).

Случай $0 \le h \le R$ распадается на два варианта: $0 < h \le R - R_1$, когда смачивается только торическая часть днища, и случай $R - R_1 < h < R$, когда смачиваются обе части.

При $0 < h \le R - R_1$ можно использовать формулу:

$$A_w(h) = \pi h\sqrt{R_k R}\sqrt{R/(R-h)}, \qquad (10)$$

которая имеет правильный асимптотический порядок при малых высотах жидкости и при характерных для данного типа днищ геометрических параметрах обеспечивает относительную погрешность расчета до 3%.

При $R - R_1 < h < R$ смачиваемая поверхность рассчитывается как сумма смачиваемых поверхностей частей днища $A_w(h) = A_{wk}(h) + A_{wf}(h)$.

При этом $A_{wf}(h)$ рассчитывается по соответственно модифицированной формуле (3) для выпуклого днища, с R_1 и a_1 вместо R и a, при этом $H = (h - R + R_1)/R_1$, $E = a_1/R_1$, а Δ_1 и Δ_2 рассчитываются по формулам (4).

Приближенную формулу для расчета $A_{wk}(h)$ можно получить, используя тот же подход, что и в [1]:

$$A_{wk}(h) = 2\arccos\frac{R-h}{R}\left[R_k a_2 + R_k(R - R_k)(\pi/2 - \alpha)\right] +$$
$$\frac{2R_k R_1}{a_2}\left\{R_1\left[\arccos\frac{R-h}{R} - \arccos\frac{R-h}{R_1}\right] - (R-h)\right.$$
$$\left.\left[\operatorname{arccosh}\frac{R}{R-h} - \operatorname{arccosh}\frac{R_1}{R-h}\right]\right\} \qquad (11)$$

Формула (11) позволяет рассчитывать $A_{wk}(h)$ очень точно (с погрешностью менее 1%) на всем интервале $R - R_1 < h < R$, кроме значений h, близких к $R - R_1$, когда точность падает до 6%. В последнем случае можно использовать более точную в этой области значений h (порядка 3%) формулу

$$A_{wk}(h) = \pi h\sqrt{(R_k R)}\sqrt{\frac{R}{R-h}} - \frac{2R_k R_1}{a_2}$$
$$\left[R_1\arccos\frac{R-h}{R_1} - (R-h)\operatorname{arccosh}\frac{R_1}{R-h}\right] \qquad (12)$$

Литература: Корельштейн Л. Б. Формула расчета смачиваемой поверхности эллиптического днища // Трубопроводная арматура и оборудование. – 2018. – № 1 (94). – С. 64–65.