

Научная статья

УДК 620.179.14

Шифр научной специальности: 1.2.2

## НЕПРОТОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В НЕПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ

**В.В. Южанин<sup>1</sup>, Л.Б. Корельштейн<sup>2</sup>**<sup>1</sup>*РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, Москва, Россия*<sup>2</sup>*ООО "НТП Трубопровод"*<sup>1</sup>*yuzhanin.v@gubkin.ru*<sup>2</sup>*korelstein@truboprovod.ru*

**Аннотация.** Данная статья непосредственно продолжает работу авторов [1]. Как правило, при решении задачи потокораспределения подразумевается расчет номинальных режимов функционирования трубопроводной системы, в которых расходы ненулевые. Встречаются, однако, специфические задачи непроточного расчета, когда нормальное функционирование трубопроводной системы или ее части остановлено. Например, для нефтеснабжающих систем (НСС) задачи такого рода связаны с расчетом изначально остановленного технологического участка магистрального нефте- или нефтепродуктопровода с последующим расчетом его пуска в работу [2]. Нередки такие задачи и для других типов трубопроводных систем (технологических трубопроводов, трубопроводов тепловых сетей и др.). При этом в литературе данные задачи практически не рассматриваются. Рассмотренная авторами ранее задача выделения непроточной части трубопроводной системы [1] в настоящей публикации логически дополняется задачей гидравлического расчета непроточной части системы без использования итерационных процедур, присущих известным методам решения задачи потокораспределения. Исследуется случай жидкого транспортируемого продукта с возможным фазовым переходом в паровую фазу при снижении давления в трубе ниже давления насыщенных паров продукта. Предложен алгоритм расчета непроточной части для произвольного графа.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, трубопроводные системы, теория гидравлических цепей, гидравлический расчет, непроточный расчет

**Для цитирования:** Южанин В.В., Корельштейн Л.Б. Непроточный расчет трубопроводных систем. Распределение давления в непроточной части // Автоматизация и информатизация ТЭК. – 2026. – № 5(634). – С. 30–41.

Original article

### STILL-FLOW CALCULATION OF PIPELINE SYSTEMS. PRESSURE DISTRIBUTION IN THE STILL-FLOW PART

**V.V. Yuzhanin<sup>1</sup>, L.B. Korelshtein<sup>2</sup>**<sup>1</sup>*National University of Oil and Gas ("Gubkin University"), Moscow, Russia*<sup>2</sup>*NTP Truboprovod LLC*<sup>1</sup>*yuzhanin.v@gubkin.ru*<sup>2</sup>*korelstein@truboprovod.ru*

**Abstract.** The article is a direct continuation of our previous investigation work [1]. Typically, solving a flow distribution problem implies calculation of pipeline system nominal operational modes where flow rates are non-zero. However, specific problems of zero flow calculation arise when the normal operation of the entire pipeline system or a part of it is stopped. For example, in oil supply systems (OSS), such problems are associated with calculating an initially shut-down technological section of a main oil or oil product pipeline, followed by calculation of its putting into operation [2]. Similar problems are also common for other types of pipeline systems (process pipelines, district heating networks, etc.). However, these problems are scarcely addressed in the literature. The previously considered problem of identifying the non-flow part of a pipeline system [1] is logically supplemented in this publication by hydraulic calculation of the zero flow part without using iterative procedures inherent in known methods for solving the flow distribution problem. The case of a liquid transported product with a possible phase transition to a vapor phase when the pressure in the pipe drops below the product's boiling pressure is considered. An algorithm for calculating the zero flow part for an arbitrary graph is proposed.

**Keywords:** mathematical modeling, piping systems, hydraulic circuit theory, hydraulic calculation, zero flow

**For citation:** Yuzhanin V.V., Korelshtein L.B. Still-flow calculation of pipeline systems. Pressure distribution in the still-flow part // Automation and informatization of the fuel and energy complex. – 2026. – No. 5(634). – P. 30–41.

### Постановка задачи

В теории гидравлических цепей перед решением классической задачи потокораспределения (КЗП) [7] принято выполнять декомпозицию графа на компоненты связности по перекрытой арматуре и проводить расчет отдельно для каждой компоненты связности. В работе [1] предложено каждую такую компоненту связности  $G$ , в свою очередь, декомпозировать на проточную  $F$  и непроточную часть  $Z$

$$G = F \cup Z.$$

Пример проточной декомпозиции графа приведен на рис. 1, а. Заметим, что проточная часть компоненты связности  $G$  также связная (и согласно [1] является поддеревом дерева блоков графа), а непроточная часть  $Z$  (лес поддеревьев дерева блока) в общем случае имеет несколько компонент связности (см. рис. 1, а, у основной части схемы их две).

Гидравлический расчет проточной части  $F$  может быть выполнен как обычно, классическими методами теории гидравлических цепей [7]. Для непроточной же части  $Z$  в большинстве случаев расходы ребер окажутся нулевыми, адаптация классических итеративных численных методов к этим условиям требует дополнительных усилий [10, 11]. Более естественно при гидравлическом расчете учитывать непроточное состояние продукта, чему и посвящена данная работа. Вместо итеративной процедуры численного метода, подобного методу Ньютона, для расчета непроточной части  $Z$  в статье предложен эффективный алгоритм обхода графа, учитывающий возможное образование парогазовых областей.

Прежде чем переходить к расчету непроточной части, напомним, как могут быть расположены в графе  $G$  (или в компонентах связности после разрезания по перекрытой арматуре) проточная и непроточная части в зависимости от того, какие условия на давления или притоки (или отборы) заданы в узлах.

В случае, когда во всех узлах, кроме одного, задан нулевой приток, в остающемся узле, очевидно, также должен быть задан нулевой приток или задано давление. В этом случае проточная декомпозиция выполняется тривиально – весь граф непроточный, а проточная часть пустая. Пример образования подграфа, где во всех узлах задан нулевой приток за счет перекрытия задвижек, показан на рис. 1, б.

При двух и более узлах с заданным ненулевым притоком или отбором или с заданным давлением проточная часть будет непустой, однако точный ее состав заранее неизвестен и для отделения непроточной части требуется нетривиальный анализ графа, который описан в работе [1] для случая, когда в графе  $G$  нет обратных клапанов – в этом случае выделение не-

проточной части возможно на основе лишь топологического анализа графа  $G$ , без учета конкретного вида замыкающих соотношений на ребрах.

Отметим, что непроточность не означает нулевых расходов на всех ребрах [1]. В непроточном случае расходы *могут* быть ненулевыми при наличии рециклов, т. е. циркуляции по замкнутому контуру. Необходимым условием наличия рециклов является наличие активных ребер с действующим напором. Заметим, что труба с перепадом высот является активным ребром. Однако очевидно, что в непроточной сети, состоящей только из пассивных гидравлических сопротивлений, расход отсутствует, поскольку в любом замкнутом контуре действующие напоры участков взаимно компенсируются (по крайней мере, в изотермическом случае, когда к трубопроводу не подводится тепловая энергия). Достаточным условием наличия рециклов (и ненулевых расходов непроточной части) является наличие замкнутых контуров с некомпенсированным действующим напором (например, из-за присутствия насосов).

Заметим, что при циркуляции в непроточной части все время находится один и тот же продукт, т. е. проточное движение вновь поступающего через притоки вещества отсутствует, таким образом, использование термина "непроточный" корректно.

Задачи с рециклами в непроточной части встречаются сравнительно редко, поэтому большое практическое значение имеет частный случай их отсутствия. Такой случай априорно нулевых расходов в непроточной части и будет рассмотрен в данной работе. Заметим, что, поскольку в этом случае расходы непроточной части априори нулевые, гидравлический расчет сводится к гидростатическому, который осложняется возможным образованием парогазовых областей.

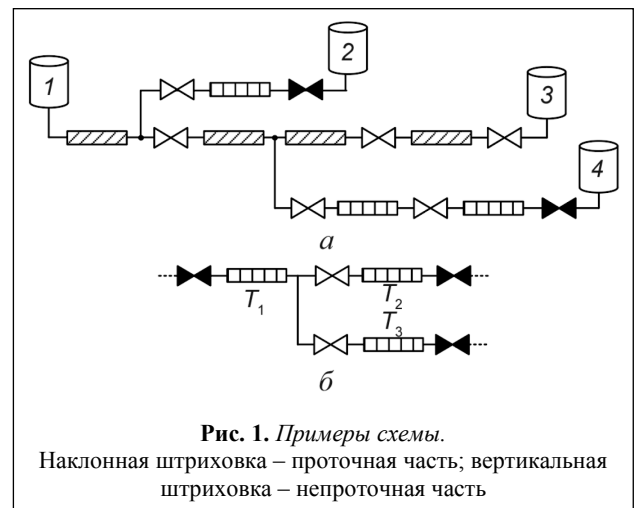


Рис. 1. Примеры схемы.

Наклонная штриховка – проточная часть; вертикальная штриховка – непроточная часть

Существенным фактором, влияющим на расчет непроточной части, является наличие или отсутствие у нее точек контакта с проточной частью.

В случае наличия точек контакта (см. рис. 1, а) давление проточной части влияет на давление в непроточной части. Заметим при этом, что каждая компонента связности непроточной части  $Z$  имеет не более одной точки (вершины) контакта с проточной частью. Действительно, в случае двух и более точек контакта, из чисто топологических соображений, нельзя исключить существование проточного маршрута [1], проходящего через пару таких точек, что противоречит непроточности компоненты связности. Далее такую точку контакта будем называть  $P$ -вершиной, поскольку после расчета проточной части стандартными методами теории гидравлических цепей давление в ней известно.

Случай отсутствия точек контакта проточной и непроточной части имеет место, если исходный граф  $G$  целиком непроточный. Для иллюстрации этого случая снова обратимся к рис. 1, б – на нем граф  $G$ , состоящий из труб  $T_1, T_2, T_3$  и открытых задвижек, изолирован от проточной части. Очевидно, в такой задаче недостаточно информации о давлении – оно может быть различным в зависимости от гидравлического режима, предшествовавшего непроточному, а также последовательности перекрытия арматуры. Самое очевидное решение в данном случае – явно задать давление в некоторой точке изолированного участка (взяв его, например, по показаниям датчика давления). Данная точка будет играть роль точки контакта для примыкающего случая, и расчет будет сведен к этому же случаю.

### Стекание жидкости из непроточной части

Основной особенностью задачи расчета непроточной части, делающей ее не вполне тривиальной, является возможное появление в этой части парогазовых областей, содержащих только пары транспортируемого продукта. Естественно считать, что паровые области сформировались в процессе стекания жидкости из непроточной части. Процесс этот похож на стекание

жидкости по уступам каскадного водопада (см., например, <https://kamnikavkaza.ru/blog/kaskadnyy-vodopad-iz-kamnya/>). Жидкость стекает разными путями, пути могут встречаться. Если поток жидкости перед водопадом перекрыть, то на его уступах образуются области с горизонтальным уровнем жидкости.

Представление о задаче для трубопроводной системы дает пример непроточной части с двумя заполненными жидкостью областями (рис. 2). Имеется два параллельных участка с разными внутренними экстремумами профиля  $z_{\max 1}, z_{\max 2}$ . С правого уклона на обоих участках продукт будет стекать до уравнивания полного напора  $H_p$  в  $P$ -вершине. При этом часть продукта с левого уклона участка 2 стечет через участок 1.

В общем же случае непроточная часть имеет сложную конфигурацию, аналогично каскадному водопаду. Она представляет собой совокупность заполненных жидкостью связных областей, которые разделены (и/или окружены) парогазовыми областями, заполненными парами продукта. При этом заполненные жидкостью области могут как полностью находиться внутри одного ребра графа непроточной части, так и частично или полностью включать в себя одно или несколько ребер.

Конфигурация напорных и парогазовых областей после стекания жидкости зависит от распределения давления в системе до перекрытия арматуры, а также от последовательности этого перекрытия. Избавимся от указанных неоднозначностей, сформулировав дополнительные физические предположения (условия), обеспечивающие единственность решения. Предположим, что в режиме, предшествующем непроточному, в некоторой трубопроводной системе находилось такое количество продукта, что он весь был в напорном жидкофазном состоянии (паровые полости отсутствовали). Затем в результате перекрытия арматуры начинается самотечное стекание жидкости из будущей непроточной части в проточную, сопровождающееся возможным появлением парогазовых областей. Будем предполагать следующие условия стекания:

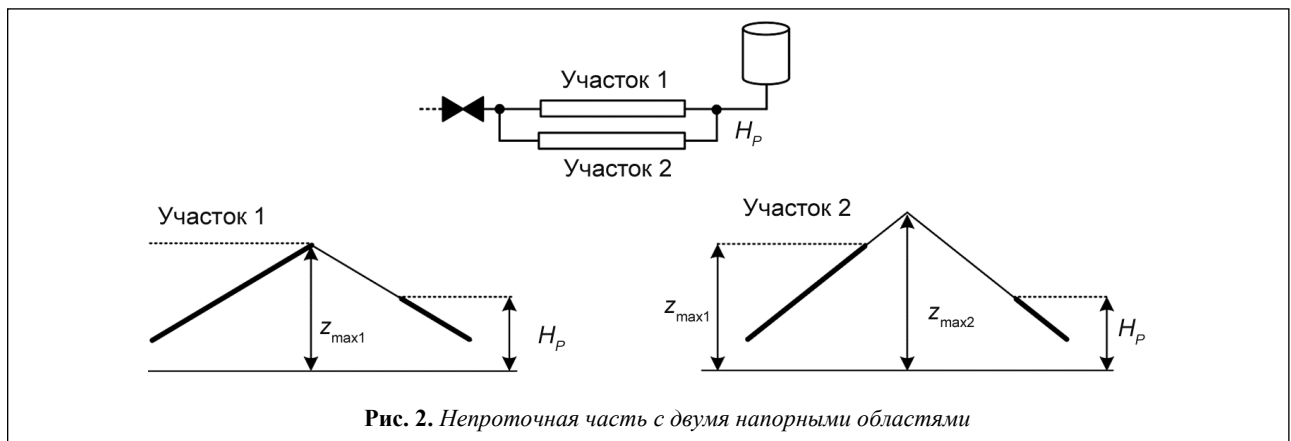


Рис. 2. Непроточная часть с двумя напорными областями

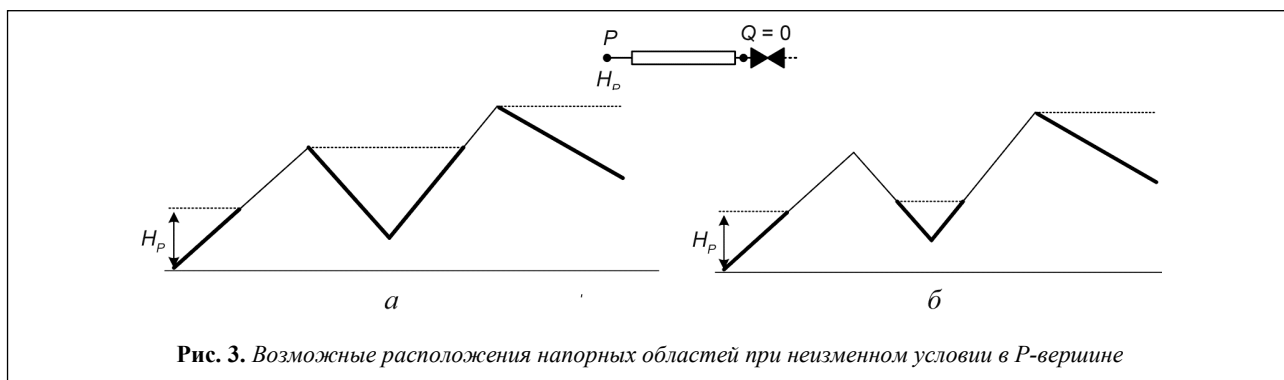


Рис. 3. Возможные расположения напорных областей при неизменном условии в  $P$ -вершине

**Условие С1.** Перекрытие арматуры происходит быстро и практически одновременно, отток жидкости из непроточной части через перекрывающуюся арматуру мал, и им можно пренебречь. Отток происходит только через точки контакта непроточной части с проточной до тех пор, пока в непроточной части не установится стационарное состояние (условие стекания только через проточную часть). При этом примем, что в точке контакта непроточной части с проточной перекачиваемый продукт находится в жидком состоянии, т. е. давление  $P$ -вершины выше давления насыщенных паров  $P > P_{\text{нас}}$ .

**Условие С2.** По окончании стекания в непроточной системе остается максимально возможное количество жидкости, при котором отсутствуют перетоки: добавление жидкости в любую точку системы приведет к возобновлению самотечного течения, что, в частности, соответствует варианту рис. 3, а (условие сохранения максимального количества жидкости в непроточной части), а вариант рис. 3, б, соответственно, исключен. Аналогичное условие использовалось в [5], где решалась задача остановленных безнапорных трубопроводов простой (неразветвленной) конфигурации.

### Условие напорных областей

В парогазовых областях давление равно давлению насыщенных паров  $P > P_{\text{нас}}$  [5, 6]. При этом предполагается, что плотность насыщенных паров много меньше плотности жидкого продукта, в этом случае изменением давления по высоте в парогазовых областях можно пренебречь. Пьезометрический напор в этих областях равен величине  $h_{\text{нас}} = P_{\text{нас}}/\rho g$  и представляет собой давление насыщенных паров, выраженное в единицах столба продукта в жидком состоянии. В напорных областях продукт находится в жидкофазном состоянии

$$P(x) > P_{\text{нас}}(x), \quad (1)$$

где  $x$  – длина от начала ребра. Каждая связная напорная область имеет один и тот же полный напор  $H$  внутри себя, но отличающийся между областями. Поскольку ранее было принято, что давление  $P$ -вер-

шины выше давления насыщенных паров  $P > P_{\text{нас}}$ , то данная вершина принадлежит некоторой напорной области.

Вообще говоря, давление насыщенных паров  $P_{\text{нас}}$  (и величина  $h_{\text{нас}} = P_{\text{нас}}/\rho g$ ) зависит от компонентного состава продукта и его температуры. Далее будем предполагать, что состав и температура продукта *неизменны* по всем объектам непроточной части, тогда  $P_{\text{нас}} = \text{const}$ ,  $h_{\text{нас}} = \text{const}$ . Пренебрежем и сжимаемостью жидкости, что с учетом неизменности состава и неизменной температуры дает  $\rho = \text{const}$  (при переменной плотности из-за изменяющегося состава известен эффект скачков полного напора, проявляющийся, например, при последовательной перекачке нефтепродуктов [5, 6]).

Заметим, что если для некоторого ребра условие (1) выполняется для точки, соответствующей максимуму высотного профиля  $z_{\text{max}} = \max z(x)$ , то выполнится оно и для всех других точек, а значит, ребро принадлежит одной напорной области и имеет один и тот же полный напор  $H(x) = \text{const}$ . Отсюда запишем критерий, будет ли данное ребро полностью лежащим внутри одной напорной области при полном напоре этой области  $H$ :

$$z_{\text{max}} + h_{\text{нас}} < H. \quad (2)$$

Следует отметить, что из условия стекания С1 следует, что изолированная непроточная часть не содержит парогазовых областей, полностью заполнена жидким продуктом и представляет собой одну напорную область. Величина полного напора в каждой такой непроточной части не определена однозначно, ее, если требуется, можно принять любой (например, по результатам расчета до перекрытия арматуры), но не менее величины  $z_{\text{max}} + h_{\text{нас}}$ , где  $z_{\text{max}}$  – максимальная высота трубопровода данного компонента (иначе в точке области, имеющей максимальную высоту, начнется вскипание).

Для связных компонент непроточной части, прилегающих к проточной, описанных выше условий достаточно, чтобы полностью рассчитать такие компоненты любой сложности. Алгоритм такого расчета и приводится далее в статье.

### Гидравлический расчет непроточной части – общее описание алгоритма

Рассмотрим компоненты связности  $Z_i$  непроточной части, имеющие точку контакта с проточной частью (она у каждой компоненты может быть только одна). Поскольку расчет потокораспределения проточной части можно выполнить независимо перед расчетом непроточной части, то в точках примыкания непроточных подграфов ( $P$ -вершинах) давление будет известно. Гидравлический (и гидростатический) расчет каждой компоненты связности  $Z_i$  может быть выполнен независимо друг от друга, поэтому далее будем рассматривать одну компоненту связности. Для простоты будем называть ее графом  $G$ .

Общая идея алгоритма гидростатического расчета заключается в последовательном просчете ребер от концов с уже рассчитанными давлением и напором, начиная с  $P$ -вершины, условия в которой известны. При этом  $P$ -вершина в соответствии с принятыми предположениями находится внутри напорной области.

Очевидно, ребро можно просчитать полностью от конца с известными условиями до другого конца в следующих случаях.

1. Если по критерию (2) оно целиком содержится в напорной области (здесь и далее подразумевается, что расчет ребра идет от входа, расчет от выхода аналогичен).

2. Если ребро не лежит целиком в напорной области (содержит парогазовую полость или полость), но точка максимума  $z_{\max}$  находится на другом конце ребра (рис. 4, а). При этом внутри ребра могут образовываться внутренние напорные области.

Если ребро не лежит внутри напорной области и имеет внутренний максимум  $z_{\max}$ , то его первоначально можно просчитать только до самой дальней точки максимума  $z_{\max}$  внутри ребра. При этом заранее неизвестно, что находится за максимумом. Либо через этот максимум происходит перелив из новой напорной области, и тогда уровень в этой области равен высоте максимума (рис. 4, б). Либо напорная область имеет уровень ниже данного максимума (или даже отсутствует в этом ребре за точкой максимума высоты), значит слив из нее идет по иному маршруту (рис. 4, в). Точку максимума в частично просчитанном ребре будем называть кандидатом в точки перелива, имея в виду, что она потенциально может соот-

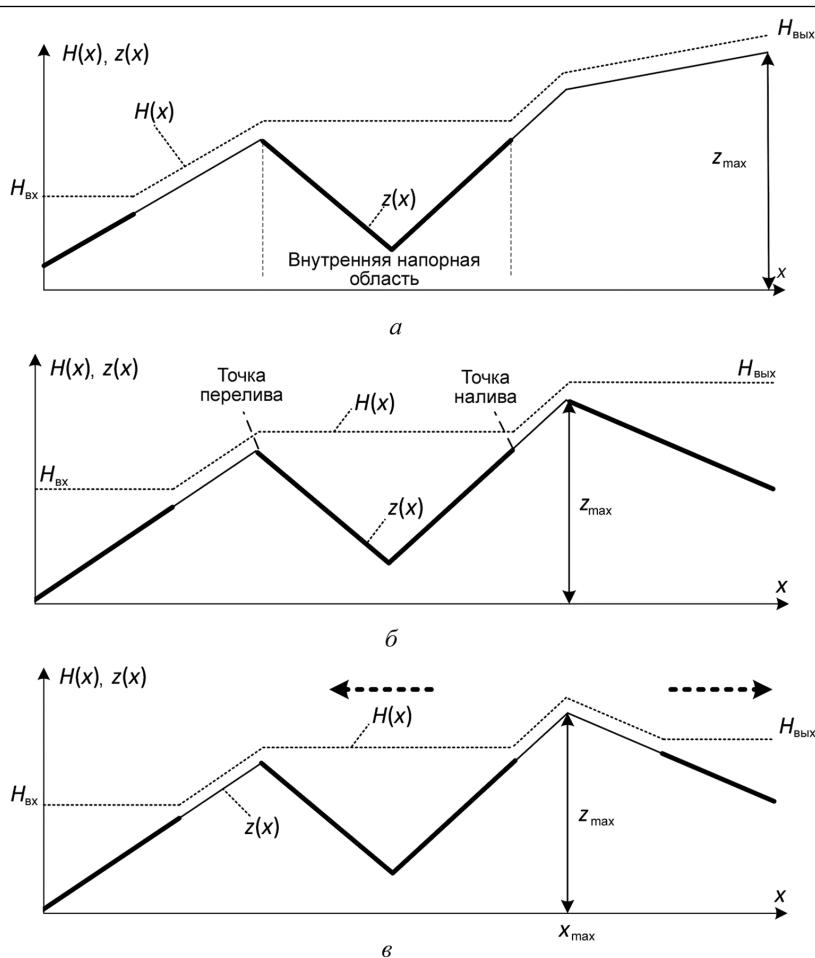


Рис. 4. Непроточный расчет ребер

ветствовать рис. 4, б, ребро с оставшейся непросчитанной частью – кандидатом на новую напорную область.

Соответственно, кандидат в точки перелива может образоваться и в вершине графа (рис. 5), если эта вершина соединена хотя бы с одним непросчитанным ребром, в котором строгий максимум  $z_{\max}$  достигается в начале ребра, и там по результатам расчета другого смежного ребра находится парогазовая область. Такое непросчитанное ребро также является кандидатом в новую напорную область.

По мере просчета ребер или их частей будут определяться давление и напор вдоль этих ребер, а также границы напорных и парогазовых областей (в том числе напорных областей внутри ребер). При этом после расчета очередного ребра или его части уже рассчитанная часть графа соединяется с пока не рассчитанной частью графа (если последняя не пуста) граничными точками. В качестве таковых могут выступать как внутренние точки максимума  $z_{\max}$  ребер графа (очевидно, не лежащие внутри напорной области), так и вершины графа, являющиеся концами еще не рассчитанных ребер.

При выборе очередного непросчитанного ребра будем выбирать граничную точку и ребро для продолжения расчета с минимальной высотой  $z_{\max}$  в этой точке среди всех граничных точек и нерассчитанных ребер, проходящих через граничные точки. Если данная точка не является кандидатом в точки перелива или выбранное ребро не относится к случаю, описанному на рис. 5, то выбранное ребро относится к рассмотренным ранее типам, которые поддаются просчету:

- целиком занятые напорной областью;
- ребра с максимумом на другом конце ребра (см. рис. 4, а);
- ребра с внутренним максимумом, которые можно частично просчитать до этого максимума (см. рис. 4, б, в).

Заметим, что в последнем случае ребро может быть уже ранее просчитано с другого конца (см. рис. 4, в), тогда в этот момент ребро окажется полностью просчитанным. До тех пор, пока у данной граничной точки есть такие ребра, их можно просчитать (полностью или частично), причем в любой последовательности. Когда у вершины не останется непросчитанных инцидентных ребер, она перестает быть граничной.

Если же выбранная граничная точка является кандидатом в точки перелива и выбрано ребро – кандидат в новую напорную область, то можно показать (лемма о точке перелива), что за этой точкой (началом нового ребра или граничной точкой внутри выбранного ребра) всегда находится напорная область с уровнем, равным высоте данной точки (см. рис. 4, б). Иначе говоря, эта граничная точка является истинной

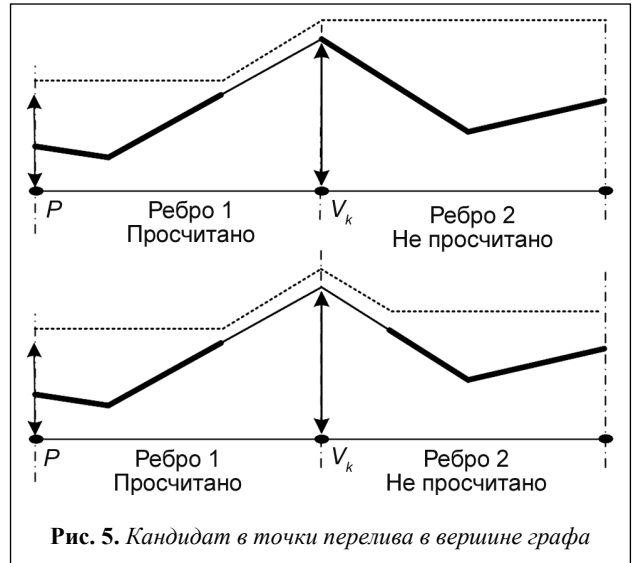


Рис. 5. Кандидат в точки перелива в вершине графа

точкой перелива для этой напорной области, и поскольку сама эта точка просчитана, уровень в напорной области определен, а ребро может быть просчитано полностью в соответствии с рис. 4, б.

Процесс итераций в этом случае закончится только тогда, когда не останется граничных точек – т. е. когда будет просчитана вся непроточная часть. При этом каждая обнаруженная напорная область будет полностью рассчитана еще до того, как будет обнаружена следующая, а уровни обнаруженных напорных областей образуют неубывающую последовательность.

Докажем лемму о точке перелива от противного, предположив, что за кандидатом в точки перелива с минимальной высотой  $z$  начала выбранного ребра или промежуточной точки ребра нет напорной области или есть, но с уровнем поверхности ниже данной граничной точки. Действительно, тогда жидкость, находившаяся изначально после точки перелива ниже по профилю, должна стекать по пути, не проходящему через данную граничную точку и заканчивающемуся  $P$ -вершиной. Поскольку данный путь начинается в непросчитанной части графа, то, чтобы прийти в  $P$ -вершину (в просчитанной части), он должен пройти через одну из имеющихся граничных точек по некоторому инцидентному ей непросчитанному (полностью или частично) ребру. Однако такая граничная точка на пути стекания, в силу выбора для продолжения расчета граничной точки с минимальной высотой, будет иметь не меньшую высоту  $z$ , чем данная граничная точка, – т. е. начало пути стекания оказывается ниже промежуточной точки на этом пути! Существование такого маршрута противоречит физике стекания и, следовательно, невозможно. Тем самым лемма доказана.

### Формулы гидростатического расчета ребер

Сосредоточенные объекты не влияют на расчет, их можно стянуть в вершину. Отдельно отметим случай

горизонтальных ребер, когда высотный профиль  $z(x) = \text{const}$ . При непроточном расчете ребро окажется либо полностью напорным, либо полностью парогазовым, причем в любом случае напор  $H(x) = \text{const}$ ,  $H_{\text{вх}} = H_{\text{вых}}$ . Такие ребра можно свернуть в одну вершину графа, а после проведения расчета взять напор горизонтального ребра из этой вершины.

Оставшиеся ребра в непроточном подграфе следует разделить следующим образом: будем называть ребро *напорным*, если оно целиком принадлежит одной напорной области. Остальные ребра окажутся частично или полностью безнапорными, их далее будем называть *безнапорными*. Безнапорные ребра могут иметь односторонний сток (см. рис. 4, б) или двусторонний сток (см. рис. 4, в).

Приведем формулы для расчета ребер всех типов. Кратко повторим принципы, на которых они будут основаны: в напорных областях постоянен полный напор  $H$ , в парогазовых областях постоянен пьезометрический напор  $h = h_{\text{нас}}$ . Гидростатическим напором столба насыщенных паров пренебрегаем, напор парогазовой области не зависит от перепадов профиля ребра.

Тогда для расчета безнапорного ребра с односторонним стоком (см. рис. 4, а, б) используется формула

$$H(x) = \max_{\xi \leq x} (H_{\text{вх}}, z(\xi) + h_{\text{нас}}). \quad (3)$$

Для расчета ребер с двусторонним стоком (см. рис. 4, в) используются формулы:

слева от максимума

$$H(x) = \max_{\xi \leq x} (H_{\text{вх}}, z(\xi) + h_{\text{нас}}), x \leq x_{\text{max}}; \quad (4а)$$

справа от максимума

$$H(x) = \max_{\xi \geq x} (H_{\text{вых}}, z(\xi) + h_{\text{нас}}), x > x_{\text{max}}. \quad (4б)$$

В редких случаях может быть несколько точек с одинаковой высотой  $z_{\text{max}}$ . Тогда можно выбрать  $x_{\text{max}}$ , соответствующий любой из этих точек. При этом между самой левой и самой правой точкой максимальной высоты может находиться внутренняя напорная область с уровнем  $z_{\text{max}}$ .

### Алгоритм непроточного гидростатического расчета и его вычислительная сложность

Далее детально сформулируем алгоритм, описанный выше.

1. Инициализируем множество граничных точек  $V_{\text{bound}} = \{VP\}$  между рассчитанной и нерассчитанной частью графа. Вершине  $V_P$  приписываем известный напор  $H_P$ .

2. Если множество  $V_{\text{bound}}$  не пустое, выбираем из него граничную точку с минимальной высотой

$$v = \arg \min_{u \in V_{\text{bound}}} z(u).$$

Если множество  $V_{\text{bound}}$  пустое, непроточный расчет завершен.

3. Случай, если граничная точка  $v$  – вершина. Если не осталось смежных  $v$  непроточных ребер, удаляем  $v$  из  $V_{\text{bound}}$ , возврат на предыдущий шаг. Иначе выбираем любое непроточное ребро  $e$ , смежное вершине  $v$ .

1) Если ребро  $e$  напорное при напоре  $H(v)$  согласно условию (2), задать по всей его длине полный напор  $H(v)$ , отметить просчитанным. Ребро  $e$  лежит внутри той же напорной области, которой принадлежит вершина  $v$ .

2) Если ребро  $e$  не напорное и имеет максимум высоты, совпадающий с  $v$ , то это точка перелива. Обнаружена новая напорная область с напором  $H(v)$ , в которую входит ребро  $e$ . Задать всем точкам ребра напор  $H(v)$ . Отметить ребро  $e$  просчитанным.

3) Если ребро  $e$  не напорное и имеет максимум высоты на конце, не совпадающем с  $v$ , выполнить его расчет по (3), отметить ребро  $e$  просчитанным.

4) Если ребро  $e$  не напорное и имеет внутренний максимум высоты, выполнить расчет по (4а) или (4б) от вершины  $v$  до максимума высоты.

а) если с противоположной стороны от точки максимума высоты ребро уже было просчитано, ребро имеет двусторонний сток, отметить его просчитанным, а точку внутреннего максимума высоты ребра удалить из граничных;

б) иначе добавить точку максимума высоты в множество  $V_{\text{bound}}$ .

4. Случай, если граничная точка лежит внутри ребра  $e$ . Эта точка является точкой перелива. Обнаружена новая напорная область. Завершаем расчет непроточной части ребра от точки перелива до конца ребра (эта часть ребра входит в новую напорную область), ребро помечаем просчитанным. Граничную точку удаляем из  $V_{\text{bound}}$ .

5. Если в результате предыдущих шагов из п. 3 или п. 4 ребро  $e$  полностью просчитано (за исключением случая п. 4.4 алгоритма!), добавить его дальнюю вершину в множество  $V_{\text{bound}}$ . Самой вершине приписать напор с конца ребра.

6. Возврат на п. 2.

### Иллюстрация работы алгоритма

Проиллюстрируем работу алгоритма на примере схемы на рис. 6. Изображен высотный профиль трубопровода, поскольку алгоритм зависит именно от него. Для наглядности будем считать, что ребро 2 представляет собой байпас для трубы 3, состоящей из подъемов и спусков. Пунктиром будем обозначать непроточную часть схемы (изначально вся схема не просчитана). Сплошная тонкая линия – парогазовая полость, сплошная жирная линия – напорная область. Чтобы не путать номера вершин и номера ребер, последние будем обводить прямоугольником. Большим кружком будем обозначать граничные точки расчета.

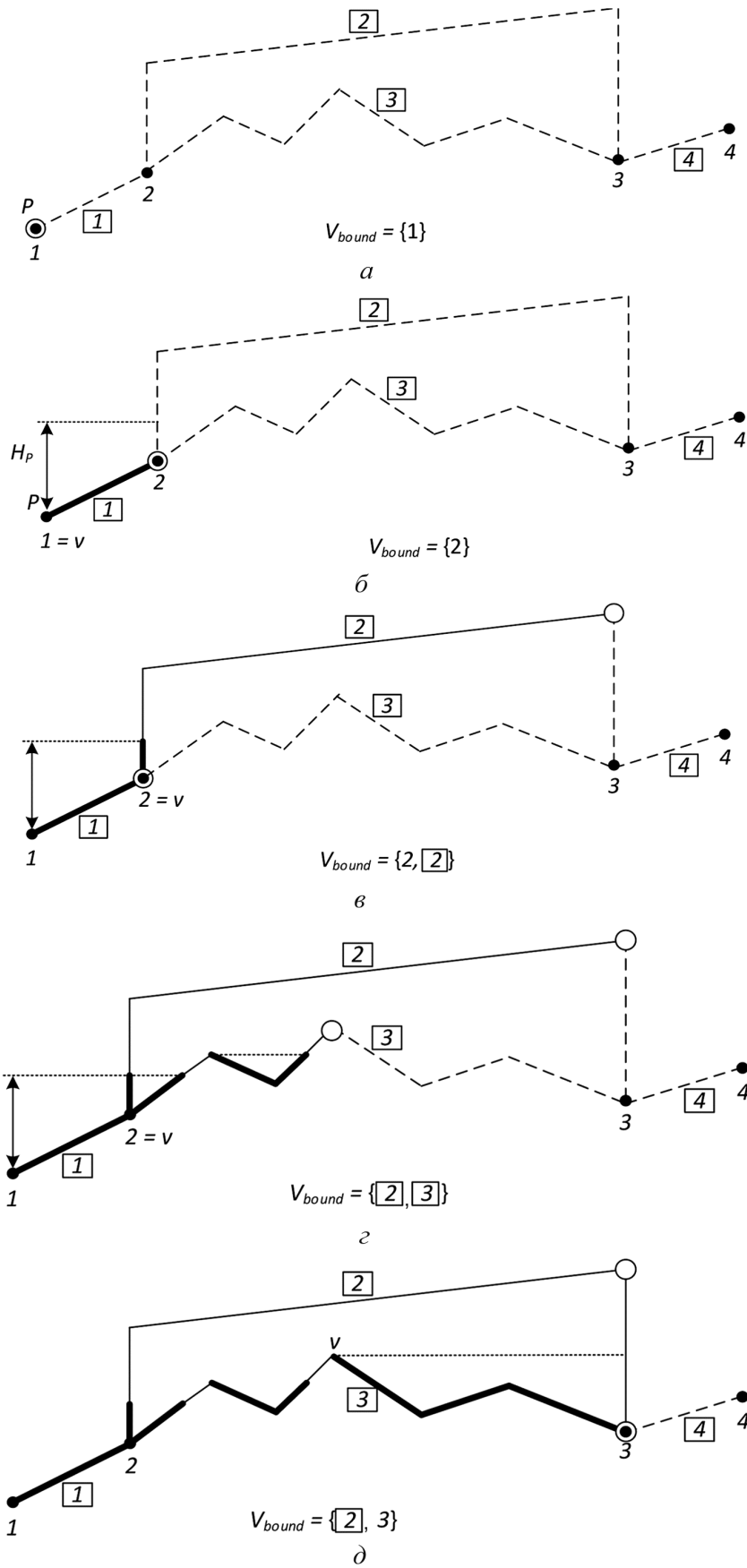
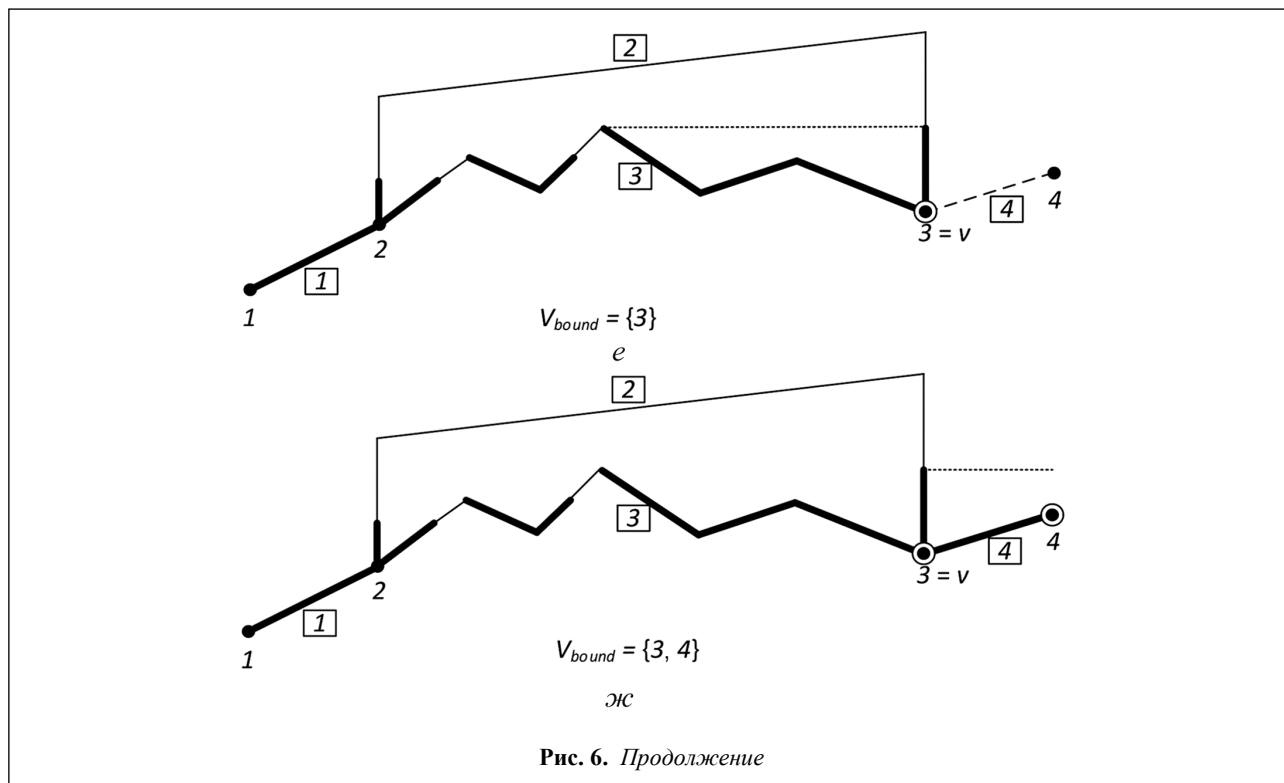


Рис. 6. Пример работы алгоритма расчета



В соответствии с п. 1 алгоритма инициализируем множество граничных точек  $V_{bound} = \{1\}$ . Согласно п. 2 выбираем граничную точку  $v = 1$  для продолжения расчета. С этого момента начнет формироваться состояние расчета системы, показанное на рис. 6, б. Поскольку это вершина, а не внутренняя точка ребра, переходим к п. 3. Вершина имеет единственное смежное ребро  $\boxed{1}$ . Ребро  $\boxed{1}$  имеет максимум высотного профиля на дальнем конце, поэтому можно просчитать его целиком до вершины 2. Предположим, что оно целиком лежит в напорной области. Далее в соответствии с п. 5 добавляем вершину 2 в множество граничных точек  $V_{bound} = \{1, 2\}$  и возвращаемся на п. 2 алгоритма.

Высота вершины 1 меньше высоты вершины 2, но в соответствии с п. 3 у вершины 1 нет смежных непросчитанных ребер, удаляем ее из граничных точек:  $V_{bound} = \{2\}$ , снова возвращаемся на п. 2 и переходим к рис. 6, в.

Очевидно, далее будет выбрана граничная вершина 2 для продолжения расчета. В соответствии с п. 3 можно выбрать любое ребро, смежное вершине 2, пусть это окажется ребро  $\boxed{2}$ . У данного ребра внутренний максимум высотного профиля. В соответствии с п. 3.4 алгоритма проводим расчет до точки этого максимума. Данное ребро встречено впервые, поэтому добавляем эту внутреннюю граничную точку в множество  $V_{bound} = \{2, \boxed{2}\}$ , где число в рамке – внутренняя точка высотного максимума соответствующего ребра.

Возвращаемся на п. 2 и переходим к рис. 6, г. Между двумя граничными точками выбираем вершину 2, она имеет меньшую высоту. Ей смежно единственное непросчитанное ребро  $\boxed{3}$ . Ребро  $\boxed{3}$  имеет внутренний максимум высоты, в соответствии с п. 3.4 проводим расчет до этого максимума. Отметим, что в ребре образовалась внутренняя напорная область после первого слева локального максимума высотного профиля. Данное ребро встречено впервые, поэтому добавляем его внутреннюю точку максимума высотного профиля в множество  $V_{bound} = \{2, \boxed{2}, \boxed{3}\}$ .

Переходим на п. 2, из трех граничных точек снова будет выбрана вершина 2, у которой нет смежных ребер, поэтому она удалится из множества  $V_{bound} = \{\boxed{2}, \boxed{3}\}$ .

Переходя на новую итерацию алгоритма (рис. 6, д), между двумя граничными точками выбираем точку с меньшей высотой, а именно точку максимума высоты ребра  $\boxed{3}$ , переходим на п. 4. Поскольку граничная точка принадлежит ребру, то по п. 4 она является точкой перегиба, просчитываем ребро  $\boxed{3}$  полностью до вершины 3. Пройденную граничную точку удаляем из  $V_{bound}$ . В соответствии с п. 5 добавляем вершину 3 в  $V_{bound} = \{\boxed{2}, 3\}$ , переходим в п. 2, начинаем формировать рис. 6, е.

Из двух граничных точек минимальная высота у вершины 3. Этой вершине смежны два ребра, не просчитанных со стороны этой вершины. Как и ранее,

можно выбрать любое ребро, пусть им окажется ребро [2]. В соответствии с п. 3.4.а алгоритма, поскольку данное ребро уже было частично просчитано, оно имеет двусторонний сток, можно завершить его расчет со стороны вершины 3. Граничную точку из этого ребра убираем,  $V_{bound} = \{3\}$ , в п. 5 действий не требуется, переходим на п. 2, начинаем формировать рис. 6, ж.

Выбираем единственную вершину 3 и далее единственное инцидентное ей ребро [4]. Ребро имеет максимум высоты на конце, не совпадающем с вершиной 3, согласно п. 3.3 просчитываем ребро полностью. Далее согласно п. 5 добавляем вершину 4 в  $V_{bound} = \{3, 4\}$  и переходим на п. 2.

Выбор вершин 3 и затем 4 каждый раз не дает непросчитанных смежных ребер, поэтому обе этих вершины поочередно удаляются из  $V_{bound}$ . Наконец, по критерию пустого  $V_{bound}$  происходит выход из алгоритма. Расчет завершен, трубопровод на рис. 6 рассчитан полностью. В нем имеется 3 напорных и 3 парогазовых области, как это показано на рис. 6, ж.

### Оценка вычислительной сложности алгоритма

Очевидно, что операции обхода графа дают линейную сложность по ребрам и вершинам графа  $O(V + E)$ . Наибольшую вычислительную сложность дают операции с множеством граничных точек  $V_{bound}$ , а именно операции вставки, удаления и поиска минимума по высоте граничной точки. Очевидно, в множество  $V_{bound}$  попадут все вершины графа, которых  $O(V)$ . Кроме того, в множество  $V_{bound}$  попадут также кандидаты в точки перелива – точки максимума высот ребер, количество которых  $K \leq |E|$ , однако  $O(K) = O(E)$ . Таким образом, всего в течение работы алгоритма будет  $O(N)$  вставок, удалений и поисков минимума, где  $N = V + E$ .

Для указанной совокупности операций требуется выбрать оптимальную структуру данных, которая обеспечит минимальную алгоритмическую сложность

этих операций и в конечном счете всего алгоритма. Проведен анализ применения стандартных структур данных на примере стандартной библиотеки STL языка C++ (таблица). Анализ показал, что оптимальным выбором будет использование красно-черного дерева [8], что дает вычислительную сложность  $O(M \log N)$ .

Свойства красно-черного дерева позволяют при операциях вставки и удаления поддерживать множество  $V_{bound}$  в виде, упорядоченном по возрастанию высотной отметки  $z_{max}$ . Поэтому последующий поиск граничной точки с минимальной высотой имеет сложность  $O(1)$ , что дает в целом  $O(N)$  операций поиска граничной точки для продолжения просчета. Операции же одиночных вставок и удалений граничных точек имеют сложность  $O(\log N)$ , давая суммарную сложность  $O(M \log N)$  за время работы алгоритма.

### Детализированный непроточный расчет

В непроточной части могут быть как зоны, где сечение трубы полностью заполнено жидкостью (напорные зоны), так и зоны, где сечение трубы заполнено жидкостью только частично, т. е. внизу находится жидкая фаза продукта, а над ней паровая. Если перепад высот трубопровода существенно больше его диаметра, то зоны с частичным заполнением занимают лишь малую часть длины трубопровода и ими можно пренебречь. В основном тексте статьи рассматривается именно этот случай и, соответственно, заполненные жидким продуктом области для краткости называются "напорными". В данном разделе описано, как действовать в общем случае и учитывать частично заполненные области.

При более детальных расчетах, например, технологических трубопроводов, перепад высот в трубопроводе может быть сопоставим с их диаметром. В этом случае следует учитывать и зоны, где жидкость заполняет только часть сечения трубы (рис. 7, а). При этом до тех пор, пока есть жидкость над нижней образующей, есть и переток в области, залитой жидкостью, даже если над жидкостью при-

Алгоритмическая сложность расчета при различных структурах данных

| Структура                                   | Вставка граничной точки | $O(N)$ вставок | Удаление граничной точки | $O(N)$ удалений граничных точек | Поиск граничной точки минимальной высоты | $O(N)$ поисков минимума высоты | Итого         |
|---|-------------------------|----------------|--------------------------|---------------------------------|--|--------------------------------|---------------|
| Двусвязный список <code>std::list</code>    | $O(N) + O(1)^1$         | $O(N^2)$       | $O(N) + O(1)^3$          | $O(N^2)$                        | $O(1)^5$                                 | $O(N)$                         | $O(N^2)$      |
| Массив <code>std::vector</code>             | $O(\log N)$             | $O(N^2)$       | $O(\log N) + O(N)^4$     | $O(N^2)$                        | $O(1)^5$                                 | $O(N)$                         | $O(N^2)$      |
| Красно-черное дерево <code>std::set</code>  | $O(\log N)$             | $O(M \log N)$  | $O(\log N)$              | $O(M \log N)$                   | $O(1)^5$                                 | $O(N)$                         | $O(M \log N)$ |
| Хэш-таблица <code>std::unordered_set</code> | $O(1)$                  | $O(N)$         | $O(1)$                   | $O(N)$                          | $O(N)^6$                                 | $O(N^2)$                       | $O(N^2)$      |

Примечания: <sup>1</sup>линейный поиск и вставка; <sup>2</sup>бинарный поиск места и вставка; <sup>3</sup>линейный поиск и удаление; <sup>4</sup>бинарный поиск места и удаление; <sup>5</sup>элементы отсортированы; <sup>6</sup>элементы не отсортированы.

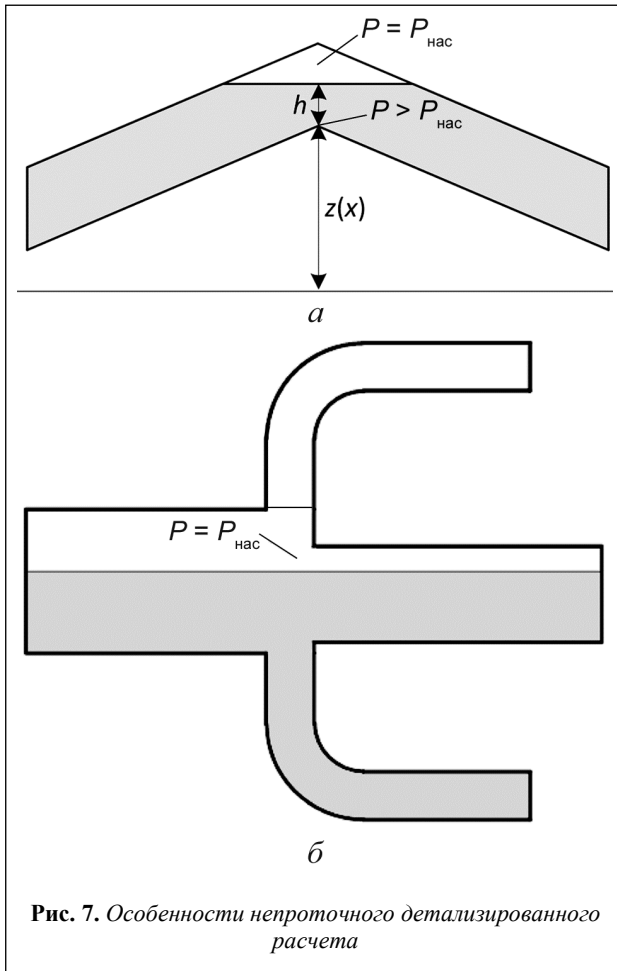


Рис. 7. Особенности непроточного детализированного расчета

существует парогазовая фаза. В этом случае вместо критерия напорной области (1), (2) следует использовать критерий области с жидкостью над нижней образующей сечения трубопровода. Причем вид критерия остается неизменным, но величины давления, напора и высотного профиля откладываются от нижней образующей трубы.

Как правило, в исходных данных задается высотный профиль  $z(x)$  для гидравлической оси трубопровода. Для расчета высоты нижней образующей трубопровода используется формула

$$z_{\text{низ}}(x) = z(x) - 0,5D_{\text{вн}}(x) / \cos(\alpha(x)),$$

где  $z_{\text{низ}}(x)$  – высота нижней точки внутренней поверхности трубопровода в данном сечении трубопровода (перпендикулярном его оси);  $z(x)$  – высота оси трубопровода;  $D_{\text{вн}}(x)$  – внутренний диаметр трубопровода;  $\alpha$  – угол уклона оси трубопровода относительно горизонтали. Для вертикальных участков следует положить  $z_{\text{низ}}(x) = z(x)$ .

Еще одной особенностью детальных схем является гидростатический расчет в точках сочленения ребер – вершинах графа. В зависимости от соотношения диаметров, от способа соединения труб в данной вершине, возможна ситуация, когда в одних ребрах

в этом конце имеется заполненная жидкостью область (заполняющая трубу полностью или частично), а в других – парогазовая область (рис. 7, б). Другими словами, сказывается возможность наличия разных высотных отметок нижней образующей профиля в концах ребер, сходящихся в вершине. Однако можно утверждать, что давление и/или напор в концах этих ребер совпадают, поэтому, рассчитав одно из ребер до конца, получим начальные условия для расчета других инцидентных ему ребер.

Тем не менее при расчете теряет смысл единая граничная точка в вершине. Вместо этого при открытии вершины в множестве  $V_{\text{bound}}$  в описанном выше алгоритме следует порождать столько граничных точек, сколько есть еще не открытых инцидентных ребер (и у каждой будет своя высота). Тогда далее сохраняется логика выбора граничной точки по минимальной высотной отметке (в данном случае по нижней образующей). При этом лемма о точке перелива останется все так же справедливой с учетом коррекции логики выбора граничных точек в вершине, если ее формулировать относительно высотных отметок по нижней образующей профиля.

## Выводы

В прошлой работе [1] авторами поставлена и решена задача топологической декомпозиции трубопроводной системы на проточную и непроточную часть. Проточная часть может быть рассчитана известными методами ТГЦ, расчет же непроточной части с образованием парогазовых областей рассмотрен в данной работе.

Полученные результаты полезны в практических задачах. Безытерационная природа предложенных алгоритмов делает их выполнение быстрым, что подтверждается их практическим использованием. Время выполнения непроточного расчета (включающего в себя проточную декомпозицию и собственно гидростатический расчет), как правило, несущественно по сравнению с итерационными процедурами проточного расчета.

Следует, однако, отметить, что как задача проточной декомпозиции, так и задача непроточного гидравлического расчета решены авторами пока в самой общей постановке. Так, в обеих задачах не учитывается возможное наличие обратных клапанов. В задаче непроточного гидравлического расчета рассматривается только жидкая среда с возможными фазовыми переходами в изотермических условиях. Не учитывается возможное наличие рециклов, образованных активными ребрами. Отметим и ограничение принятого чисто топологического подхода проточной декомпозиции – иногда этот подход может не учитывать возможное вскипание в ребрах проточной части. Авторы видят перечисленные ограничения в качестве направлений дальнейших исследований.

1. Южанин В.В., Корельштейн Л.Б. Непроточный расчет трубопроводных систем, декомпозиция расчетного графа на проточную и непроточную часть // Автоматизация и информатизация ТЭК. – 2024. – № 6(611). – С. 58–64.
2. Сухарев М.Г., Южанин В.В. Моделирование системы нефтеснабжения как проблема теории гидравлических цепей // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2021. – 3(572). – С. 40–51. – DOI: 10.33285/0132-2222-2021-3(572)-40-51
3. Трубопроводный транспорт нефти и газа / Р.А. Алиев, В.Д. Белоусов, А.Г. Немудров [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1988. – 368 с.
4. Асанов М.О., Баранский В.А, Расин В.В. Дискретная математика: Графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: Лань, 2010. – 368 с.
5. Трубопроводный транспорт нефтепродуктов / И.Т. Ишимухаметов, С.Л. Исаев, М.В. Лурье, С.П. Макаров. – М.: Нефть и газ, 1999. – 300 с.
6. Лурье М.В. Теоретические основы трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа: учебник. – М.: Недра, 2017. – 477 с.
7. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей / отв. ред. М.Г. Сухарев. – М.: Наука, 1985. – 278 с.
8. Алгоритмы: построение и анализ: пер. с англ. / Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. – 3-е изд. – М.: Вильямс, 2013. – 1328 с.
9. Харари Ф. Теория графов: пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова. – 2-е изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2003. – 296 с.
10. Ates S. Hydraulic Modeling of Closed Pipes in Loop Equations of Water Distribution Networks // Applied Mathematical Modelling. – 2016. – Vol. 40, Issue 2. – P. 966–983. – DOI: 10.1016/j.apm.2015.06.017
11. Dealing with Zero Flows in the Simulation of Water Distribution Networks with Low-Resistance Pipes Using the Global Gradient Algorithm / N.B. Gorev, V.N. Gorev, I.F. Kodzhespirova [et al.] // Water Resources Management. – 2022. – Vol. 36, Issue 4. – P. 1679–1691. – DOI: 10.1007/s11269-022-03100-9
1. Yuzhanin V.V., Korel'shteyn L.B. Neprotochnyy raschet truboprovodnykh sistem, dekompozitsiya raschetnogo grafa na protochnuyu i neprotochnuyu chast' // Avtomatizatsiya i informatizatsiya TEK. – 2024. – № 6(611). – S. 58–64.
2. Sukharev M.G., Yuzhanin V.V. Modelirovanie sistemy neftesnabzheniya kak problema teorii gidravlicheskih tsepey // Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz' v nefyanoy promyshlennosti. – 2021. – 3(572). – S. 40–51. – DOI: 10.33285/0132-2222-2021-3(572)-40-51
3. Truboprovodnyy transport nefiti i gaza / R.A. Aliev, V.D. Belousov, A.G. Nemudrov [i dr.]. – 2-e izd., pererab. i dop. – M.: Nedra, 1988. – 368 s.
4. Asanov M.O., Baranskiy V.A, Rasin V.V. Diskretnaya matematika: Grafy, matroidy, algoritmy: uchebnoe posobie. – 2-e izd., ispr. i dop. – SPb.: Lan', 2010. – 368 s.
5. Truboprovodnyy transport nefteproduktov / I.T. Ishmukhametov, S.L. Isaev, M.V. Lur'e, S.P. Makarov. – M.: Neft' i gaz, 1999. – 300 s.
6. Lur'e M.V. Teoreticheskie osnovy truboprovodnogo transporta nefiti, nefteproduktov i gaza: uchebnik. – M.: Nedra, 2017. – 477 s.
7. Merenkov A.P., Khasilev V.Ya. Teoriya gidravlicheskih tsepey / otv. red. M.G. Sukharev. – M.: Nauka, 1985. – 278 s.
8. Algoritmy: postroenie i analiz: per. s angl. / T.Kh. Kormen, Ch.I. Leyzerson, R.L. Rivest, K. Shtayn. – 3-e izd. – M.: Vil'yams, 2013. – 1328 s.
9. Kharari F. Teoriya grafov: per. s angl. i predisl. V.P. Kozyreva; pod red. G.P. Gavrilova. – 2-e izd. – M.: Editorial URSS, 2003. – 296 s.
10. Ates S. Hydraulic Modeling of Closed Pipes in Loop Equations of Water Distribution Networks // Applied Mathematical Modelling. – 2016. – Vol. 40, Issue 2. – P. 966–983. – DOI: 10.1016/j.apm.2015.06.017
11. Dealing with Zero Flows in the Simulation of Water Distribution Networks with Low-Resistance Pipes Using the Global Gradient Algorithm / N.B. Gorev, V.N. Gorev, I.F. Kodzhespirova [et al.] // Water Resources Management. – 2022. – Vol. 36, Issue 4. – P. 1679–1691. – DOI: 10.1007/s11269-022-03100-9

**Информация об авторах**

**Виктор Владимирович Южанин**, канд. техн. наук, доцент  
**Леонид Бенционович Корельштейн**, канд. физ.-мат. наук

**Information about the authors**

**Viktor V. Yuzhanin**, PhD (engineering), associate professor  
**Leonid B. Korelshtein**, PhD (physics-mathematics)

Статья поступила в редакцию 19.11.2025, одобрена после рецензирования 07.04.2026, принята к публикации 13.04.2026.