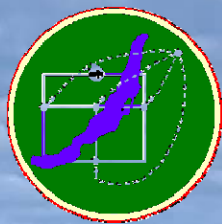




Институт систем энергетики  
им. Л.А. Мелентьева СО РАН



**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ  
АНАЛИЗА И ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА  
РАЗВИВАЮЩИХСЯ ТРУБОПРОВОДНЫХ И  
ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

# **ТРУДЫ**

**XIX Всероссийского научного семинара**

**Байкал  
9 – 15 сентября 2024 г.**

**Иркутск  
2024**

---

ФГБУН Институт Систем Энергетики им. Л.А.Мелентьева СО РАН

---

## XIX Всероссийский научный семинар

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА РАЗВИВАЮЩИХСЯ ТРУБОПРОВОДНЫХ И ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Труды семинара

9 – 15 сентября 2024 г.

Байкал

Иркутск  
2024



УДК 519.6+519.8

Труды XIX Всеросс. научн. семин. «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза развивающихся трубопроводных и гидравлических систем». Байкал, 9 – 15 сентября 2024 г. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН. – 2024. – 336 с.

ISBN 978-5-93908-169-6.

В сборнике научных трудов обсуждаются актуальные проблемы математического моделирования трубопроводных систем (ТПС) энергетики – тепло-, водо-, нефте-, и газоснабжения, а также развития методов теории гидравлических цепей, имеющих межотраслевое значение.

Сборник предназначен для сотрудников научно-исследовательских, проектных и производственных организаций, преподавателей вузов, студентов и аспирантов.

Ответственный за выпуск: к.т.н. Токарев Вячеслав Вадимович

Без объявления.

ISBN 978-5-93908-169-6

© Институт систем энергетики  
им. Л.А. Мелентьева СО РАН, 2024

## УСКОРЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ТРУБОПРОВОДОВ В ПРОГРАММЕ "ГИДРОСИСТЕМА" С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЛАЙНОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Корельштейн Л.Б., Скрипаченко М.П., Тимошкин А.И.

(ООО «НТП Трубопровод», г. Москва)

### Введение

Современные промышленные процессы требуют выполнения сложных гидравлических и тепловых расчётов для проектирования и реконструкции объектов в таких отраслях, как энергетика, химическая промышленность, нефте- и газопереработка, машиностроение и других. Для данных расчетов используются такие программы, как "Гидросистема" [1], "Предклапан" [2] и др. Одной из ключевых задач при моделировании этих процессов является расчёт теплофизических и транспортных свойств (ТФС) и фазовых равновесий (ФР) многокомпонентных и многофазных смесей, которые сильно зависят от изменения термодинамических параметров. Эти расчёты носят итерационный характер, и их сложность возрастает при увеличении числа фаз и компонентов. В условиях постоянного изменения температуры, давления и состава требуется многократно производить расчет ТФС.

Для расчета ТФС и ФР инженеры часто обращаются к специализированным термодинамическим библиотекам, таким как СТАРС, *Simulis Thermodynamics*, *GERG-2008* и другие. Эти библиотеки содержат обширные базы данных с информацией о термодинамических свойствах нескольких тысяч индивидуальных веществ, что даёт возможность моделировать поведение сложных смесей, нефтяных фракций и растворов в широком диапазоне значений технологических параметров. Точные расчёты ТФС с использованием таких библиотек обычно являются вычислительно затратными. В системах, требующих тепло-гидравлических расчётов трубопроводов и технологических аппаратов, количество запросов к термодинамическим библиотекам может достигать сотен тысяч, что значительно увеличивает время расчёта.

Увеличение сложности термодинамических моделей также ведет к росту времени вычислений. Это особенно заметно при работе с многокомпонентными системами, при расчете процессов теплообмена и околокритических течений: в таких случаях на вычисление ТФС и ФР тратится до 90% общего времени расчёта.

Сокращение количества обращений к термодинамическим библиотекам может значительно повысить вычислительную эффективность расчета в целом. Одним из перспективных подходов к решению этой проблемы является оптимизация процесса расчёта термодинамических свойств посредством замены большого количества запросов к библиотекам на методы

интерполяции, которые позволяют с высокой точностью вычислять необходимые параметры на основе заранее рассчитанных точек.

### **Ранние исследования на тему сплайн-интерполяции.**

Ранее авторами был проведен анализ [3] применения данного метода интерполяции для однофазных сред. Было показано, что бикубическая сплайн-интерполяция, основанная на двух переменных (давление и температура), демонстрирует высокую эффективность. Полученные результаты отличались высокой точностью, а относительные погрешности оставались в пределах допустимых значений, что делает данный метод пригодным для использования в инженерных расчётах.

Позже авторы [4] исследовали различные системы координат  $((P, T); (P, H); (P, S); (P, x))$  и выявили, что использование преобразования  $\ln\left(\frac{1}{Pr} - 1\right)$ , где  $P, T, H, S, x$  – соответственно давление, температура, энтальпия, энтропия, массовое газосодержание.  $p_r = P/P_c$  – приведенное давление,  $P_c$  – критическое или (в случае смесей) псевдокритическое давление, позволило улучшить точность при высоких давлениях. Кроме того, было установлено, что сетка с  $15 \times 15$  узлами обеспечивает оптимальный баланс между точностью и затратами на расчёты. Несмотря на сложности в околоскритической зоне и «ступенчатое» поведение свойств, наблюдаемое в некоторых термодинамических библиотеках, авторы смогли достичь погрешности интерполяции менее 1%. Также был описан метод сшивки двух интерполяций, который применяется в зонах резких изменений свойств, таких как линии кипения и конденсации, с использованием координат  $x$  (газосодержание) и  $eps$ , где  $eps = \frac{x}{x + (1-x)Pr}$  или  $eps = \frac{x}{x + (1-x)/Pr}$  для определенных смесей. Этот подход позволяет плавно соединять результаты интерполяции по газосодержанию с интерполяцией, основанной на переменной  $eps$ , что значительно улучшает точность расчётов.

Анализ литературы по использованию сплайн-интерполяции в механике сплошной среды, произведённый авторами, также подтверждает перспективность выбранного подхода.

В работе [5] метод моделирования, называемый *AFS (Adaptive Frequency Sampling)*, расширен за счет использования интеллектуальной кусочно-рациональной интерполяции с адаптивным размещением узлов. Алгоритм используется для моделирования спектрального отклика электрических структур в интересующем диапазоне частот. В работе сказано, что новый алгоритм позволяет получить желаемые результаты.

Сплайн-функции в работе [6] используются для расчётов гидродинамики. В данной статье описывается применение квадратичной сплайновой функции в координатах давление-энтальпия. Доказано, что возможно сокращение времени вычислений при одновременном достижении высокой точности и полной согласованности численных показателей. Скорость вычисления значений сплайн-функций практически не зависит от

размера сетки и значительно выше, чем у фундаментальных уравнений для свойств воды и пара *IAPWS-IF97*. Погрешность сплайн-аппроксимации не превышает 0,001%.

В работе [7] рассмотрено применение биквадратных сплайновых функций для расчета ряда свойств (энтальпии, энтропии, плотности). Данный метод привел к ускорению расчетов в 10,8–641,8 раз по сравнению с *IAPWS-IF97* для воды и пара.

Статья [8] демонстрирует, что использование полиномиальной аппроксимации пригодно для обработки данных термодинамического интегрирования. Авторы установили, что повысить точность и стабильность расчета свободной энергии можно при использовании многочленов степени  $<11$  на неравномерной сетке (узлах Чебышёва).

Авторы работы [9], анализируя методы кубической сплайн-интерполяции, полиномиальной интерполяции и экспоненциальной функции, пришли к выводу, что для бинарных смесей для паро-жидкостного равновесия кубическая сплайн-интерполяция может давать точные результаты для уже известных точек данных, но она не подходит для предсказания новых данных из-за риска переобучения. Полиномиальные и экспоненциальные функции показали лучшие результаты, так как они обеспечивают меньшее отклонение и не переобучаются на данных, что позволяет делать более надежные прогнозы.

В статье [10] исследованы методы расчета термодинамических свойств для хладагента R-134a, включая использование интерполяции по энергии Гельмгольца и стандартный метод расчета уравнения состояния, основанный на методе Ньютона, для перегретого пара. Основным методом использует бикубическую интерполяцию для аппроксимации поверхности энергии Гельмгольца как функции температуры и плотности. По сравнению с традиционными уравнениями состояния, предложенный интерполяционный метод показал среднее ускорение расчетов в 53 раза! Погрешность интерполяции составила 0,03%.

Статья [11] посвящена моделированию термодинамических свойств чистых хладагентов и хладагентных смесей с использованием уравнения состояния Гельмгольца и метода кубических сплайновых кривых подгонки. Авторы разработали программный комплекс для расчета термодинамических свойств в различных областях: субкритической (переохлажденная и перегретая жидкости) и вдоль границы насыщения жидкость-пар. Сравниваются полученные результаты с данными из *REFPROP 9.0* и подтверждается точность моделей. Разработка обладает высокой точностью (отклонение менее 0,5%) и универсальностью, что делает ее полезным инструментом для проектирования и моделирования холодильных систем.

В статье [12] показано, что *SBTL (Spline-Based Table Look-Up)* метод дает результаты, согласованные с результатами, полученными с помощью *IAPWS-IF97* в пределах погрешности от 0,001% до 0,01% в зависимости от свойства и диапазона параметров. *SBTL* метод в 200 раз быстрее, чем расчеты с *IAPWS-IF97*. В результате оказалось, что время расчета для течения пара в турбинном

каскаде сократилось в 6-10 раз по сравнению с расчетами на основе *IAPWS-IF97*.

Авторы работы [13] демонстрируют, что их метод, основанный на сплайнах и “патчах” (*patches*), позволяет ускорить вычисления свойств (плотность, температура и удельная энтропия) хладагента R32 более чем в 100 раз по сравнению с *REFPROP*, при этом сохраняя высокую точность. Ключевая особенность модели — разбиение поверхности свойств на отдельные патчи, что позволяет более точно учитывать изменения свойств на линии насыщения.

## Результаты исследований. Применение различных решений

В настоящей статье предметом исследования является применение для гидравлических и тепловых расчетов трубопроводов в программе "Гидросистема" бикубической сплайн-интерполяции для определения ТФС и ФР реальных газов и жидкостей одно- и многокомпонентных продуктов, а также газо-жидкостной однокомпонентной смеси на равномерной сетке при **меняющемся** составе смеси (рис. 1). Задача состоит в нахождении универсального подхода для различных библиотек, разных смесей с учетом особенностей поведения всех необходимых для гидравлического и теплового расчета свойств. Для тестирования выбраны составы углеводородных смесей из реальной инженерной практики проектирования объектов нефтепереработки и нефтехимии. На следующем этапе планируется реализация сплайн-интерполяции в двухфазной области для многокомпонентных смесей.

Для проведения гидравлических и тепловых расчетов необходим широкий спектр термодинамических свойств. В данном исследовании были изучены следующие характеристики: молярная масса, коэффициент объемного расширения, динамическая вязкость, теплопроводность, плотность жидкости, коэффициент сжимаемости, энтальпия, энтропия, удельная теплоемкость, коэффициенты изоэнтропы, скорость звука, коэффициент Джоуля — Томпсона, коэффициент поверхностного натяжения и другие.

Для получения данных использовались различные термодинамические библиотеки: "СТАРС", Simulis Thermodynamics, *WaterSteamPro*, *Gerg-2008*, *NIST REFPROP*.

Для интерполяции данных термодинамических библиотек в программе "Гидросистема" использовалась библиотека *ALGLIB*. Также для численных экспериментов использовались *MATLAB* и *MS Excel*.

Для интерполяции были выбраны натуральные кубические и бикубические сплайны, которые обеспечивают баланс между сложностью модели и точностью расчетов. Изогнутые границы «исправляются» посредством **преобразования координат**, которое нормализует исходную область в прямоугольную форму, что упрощает построение сплайнов и позволяет использовать стандартные библиотеки. Кроме того, равномерная сетка в преобразованных координатах соответствует более плотной или более

разреженной сетке в исходных координатах, причем именно в тех частях области интерполяции, где это целесообразно.

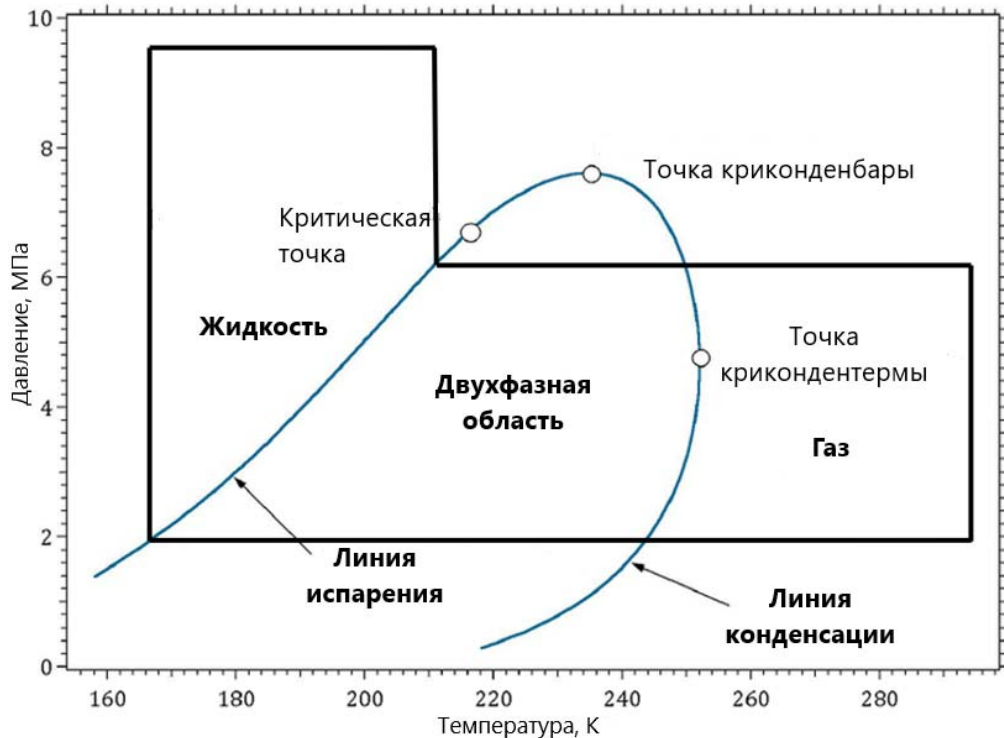


Рис.1. Области интерполяции на фазовой диаграмме

Для повышения точности расчёта необходимо учитывать дополнительные граничные условия по краям – их неудачный выбор приводит к значительному падению точности интерполяции вблизи границ интерполируемой области. В нашем исследовании наиболее оптимально показали себя краевые условия *clamp*, «параболические» и «*not-a-knot*».

Условие *clamp*, т.е. задание значений производных интерполируемого свойства на границах интерполируемой области, удобно применять тогда, когда эти значения легко получаются из термодинамических библиотек. Для бикубических сплайнов их применение не всегда возможно, поскольку требуются задавать еще и значение смешанных вторых производных в углах прямоугольника области интерполяции. В этом случае в Гидросистеме (в библиотеке *ALGLIB*) применяются «параболические» краевые условия как для кубических, так и для бикубических сплайнов. Тесты показали, что условия «*not-a-knot*» дают сопоставимую или еще большую точность, но несколько сложнее в реализации.

Напомним, как формулируются эти краевые условия для натуральных кубических и бикубических сплайнов (для бикубических сплайнов это не совсем тривиально – а в случае условия «*not-a-knot*» часто вызывает путаницу или формулируется неверно).

В одномерном случае кубический натуральный сплайн  $S(x)$ , интерполирующий функцию  $f(x)$  на отрезке  $[x_0, x_n]$  из  $n$  частей,



определяемых их границами  $x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n$ , строится из кубических полиномов  $S_i(x)$ , определенных на отрезках  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1 \dots n$ . Сплайн должен интерполировать значения функции в точках  $x_i$  (то есть  $S_i(x_i) = f(x_i)$  и  $S_i(x_{i-1}) = f(x_{i-1})$ ,  $i = 1 \dots n$ ) и быть дважды непрерывно дифференцируемым (т.е.  $S'_i(x_i) = S'_{i+1}(x_i)$  и  $S''_i(x_i) = S''_{i+1}(x_i)$ ,  $i = 1 \dots n - 1$ ).

Краевые условия параболичности формулируются как  $S'''_1(x_0) = 0$  и  $S'''_n(x_n) = 0$ , и означает что крайние полиномы должны быть 2-го порядка.

Краевые условия «*not-a-knot*» формулируются как  $S'''_1(x_1) = S'''_2(x_1)$  и  $S'''_{n-1}(x_{n-1}) = S'''_n(x_{n-1})$ , и означает, что крайние внутренние узлы  $x_1$  и  $x_{n-1}$  фактически узлами не являются, то есть полиномы  $S_1(x)$  и  $S_2(x)$  совпадают – также как и  $S_{n-1}(x)$  и  $S_n(x)$ .

В двумерном случае бикубический натуральный сплайн  $S(x, y)$ , интерполирующий функцию  $f(x, y)$  на прямоугольнике  $[x_0, x_m] \times [y_0, y_n]$  из  $m \cdot n$  прямоугольных ячеек  $[x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$ , определяемых их границами  $x_0 < x_1 < \dots < x_{m-1} < x_m$  и  $y_0 < y_1 < \dots < y_{n-1} < y_n$ , строится из бикубических полиномов (степени 3 по каждой из переменных)  $S_{ij}(x, y)$ , определенных на прямоугольниках  $[x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$  и интерполирующих значения функции  $f$  в точках  $(x_i, y_j)$ . При этом функция  $S(x, y)$  для натуральных сплайнов должна быть дважды непрерывно дифференцируемой.

Краевые условия параболичности в этом случае формулируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial^3 S(x_0, y_j) / \partial x^3 &= 0, \quad \partial^3 S(x_m, y_j) / \partial x^3 = 0, \quad j = 0, \dots, n \\ \partial^3 S(x_i, y_0) / \partial y^3 &= 0, \quad \partial^3 S(x_i, y_n) / \partial y^3 = 0, \quad i = 0, \dots, m \\ \partial^6 S(x_0, y_0) / \partial x^3 \partial y^3 &= 0, \quad \partial^6 S(x_m, y_0) / \partial x^3 \partial y^3 = 0 \\ \partial^6 S(x_0, y_n) / \partial x^3 \partial y^3 &= 0, \quad \partial^6 S(x_m, y_n) / \partial x^3 \partial y^3 = 0 \end{aligned}$$

Данные условия обеспечивают параболичность сплайнов по одной переменной во всех примыкающих к границам ячейках, и по двум переменным в угловых ячейках.

Краевые условия «*not-a-knot*» для двумерного случая формулируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial^3 S_{1j}(x_1, y_j) / \partial x^3 &= \partial^3 S_{2j}(x_1, y_j) / \partial x^3, \quad j = 1, \dots, n \\ \partial^3 S_{(m-1)j}(x_{m-1}, y_j) / \partial x^3 &= \partial^3 S_{mj}(x_{m-1}, y_j) / \partial x^3, \quad j = 1, \dots, n \\ \partial^3 S_{11}(x_1, y_0) / \partial x^3 &= \partial^3 S_{21}(x_1, y_0) / \partial x^3 \\ \partial^3 S_{(m-1)1}(x_{m-1}, y_0) / \partial x^3 &= \partial^3 S_{m1}(x_{m-1}, y_0) / \partial x^3 \\ \partial^3 S_{i1}(x_i, y_1) / \partial y^3 &= \partial^3 S_{i2}(x_i, y_1) / \partial y^3, \quad i = 1, \dots, m \\ \partial^3 S_{i(n-1)}(x_i, y_{n-1}) / \partial y^3 &= \partial^3 S_{in}(x_i, y_n) / \partial y^3, \quad i = 1, \dots, m \\ \partial^3 S_{11}(x_0, y_1) / \partial y^3 &= \partial^3 S_{12}(x_0, y_1) / \partial y^3 \\ \partial^3 S_{1(n-1)}(x_0, y_{n-1}) / \partial y^3 &= \partial^3 S_{1n}(x_0, y_n) / \partial y^3 \\ \frac{\partial^6 S_{11}}{\partial x^3 \partial y^3}(x_1, y_1) + \frac{\partial^6 S_{22}}{\partial x^3 \partial y^3}(x_1, y_1) &= \frac{\partial^6 S_{12}}{\partial x^3 \partial y^3}(x_1, y_1) + \frac{\partial^6 S_{21}}{\partial x^3 \partial y^3}(x_1, y_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^6 S_{(m-1)1}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_1) + \frac{\partial^6 S_{m2}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_1) \\
 &= \frac{\partial^6 S_{(m-1)2}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_1) + \frac{\partial^6 S_{m1}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_1) \\
 & \frac{\partial^6 S_{1(n-1)}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_1, y_{n-1}) + \frac{\partial^6 S_{2n}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_1, y_{n-1}) \\
 &= \frac{\partial^6 S_{2(n-1)}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_1, y_{n-1}) + \frac{\partial^6 S_{1n}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_1, y_{n-1}) \\
 & \frac{\partial^6 S_{(m-1)(n-1)}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_{n-1}) + \frac{\partial^6 S_{mn}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_{n-1}) \\
 &= \frac{\partial^6 S_{m(n-1)}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{m-1}, y_{n-1}) + \frac{\partial^6 S_{(m-1)n}}{\partial x^3 \partial y^3} (x_{n-1}, y_{n-1})
 \end{aligned}$$

Последние 4 угловых краевых условия (равенства диагональных сумм третьих смешанных производных в центрах угловых блоков из 4 ячеек) довольно нетривиальны, но изящны, и, как можно доказать, вместе с остальными краевыми условиями обеспечивают совпадение интерполирующих полиномов не только в 2 смежных ячейках вдоль границ, но и в угловых блоках из 4 смежных ячеек.

Следует также отметить такое требование к интерполяции, как соблюдение монотонности (для тех функций и координат, где она должна быть по своей физической природе). Нарушение монотонности может привести к некорректным результатам, особенно при выполнении обратных расчётов, когда по значению интерполируемой функции ищется ее аргумент. Это критично для точности моделирования процессов, связанных с течением и теплообменом, где термодинамические свойства должны изменяться плавно и непрерывно. В связи с этим важно сохранять монотонность в тех областях, где физические свойства должны изменяться предсказуемо, без осцилляций. Пока нам удаётся избегать немонотонности благодаря тщательно подобранной сетке интерполяции, не прибегая к специальным алгоритмам построения монотонных сплайнов.

### **Используемые координаты.**

В качестве первой координаты хорошо зарекомендовала себя величина  $\ln\left(\frac{1}{Pr} - 1\right)$ . В однофазных областях второй координатой могут быть функции энтальпии, энтропии или температуры. В двухфазной же области в качестве второй координаты лучше использовать газосодержание. В области парожидкостной смеси использование температуры не рекомендуется, так как может возникнуть ситуация, когда данная область по данной координате окажется слишком узкой.

### Правильный выбор свойств для интерполяции.

В ходе исследования выявилась целесообразность интерполяции ряда свойств не напрямую, а прибегая к различным их преобразованиям, меняющимся более «плавно»:

- в случае удельного объёма ( $V$ ), его лучше интерполировать только для жидкости, а для газа использовать интерполяцию коэффициента сжимаемости ( $Z$ )
- показатель изоэнтропы ( $n$ ) интерполировать лучше через интерполяцию выражения  $\ln\left(\frac{n}{Z}\right)$  (рис. 2, 3), или интерполировать  $n$  с применением второй координаты  $eps = \frac{x}{x+(1-x)\sqrt{Pr}}$

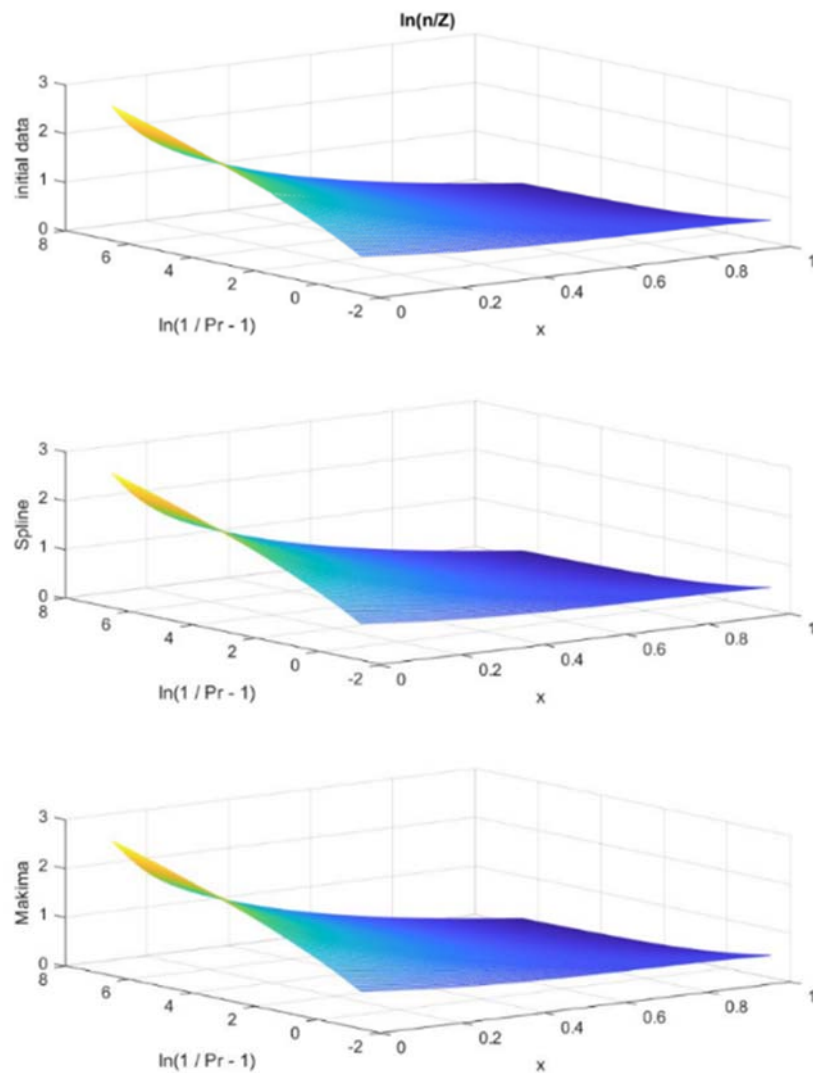


Рис.2. Интерполяция показателя изоэнтропы

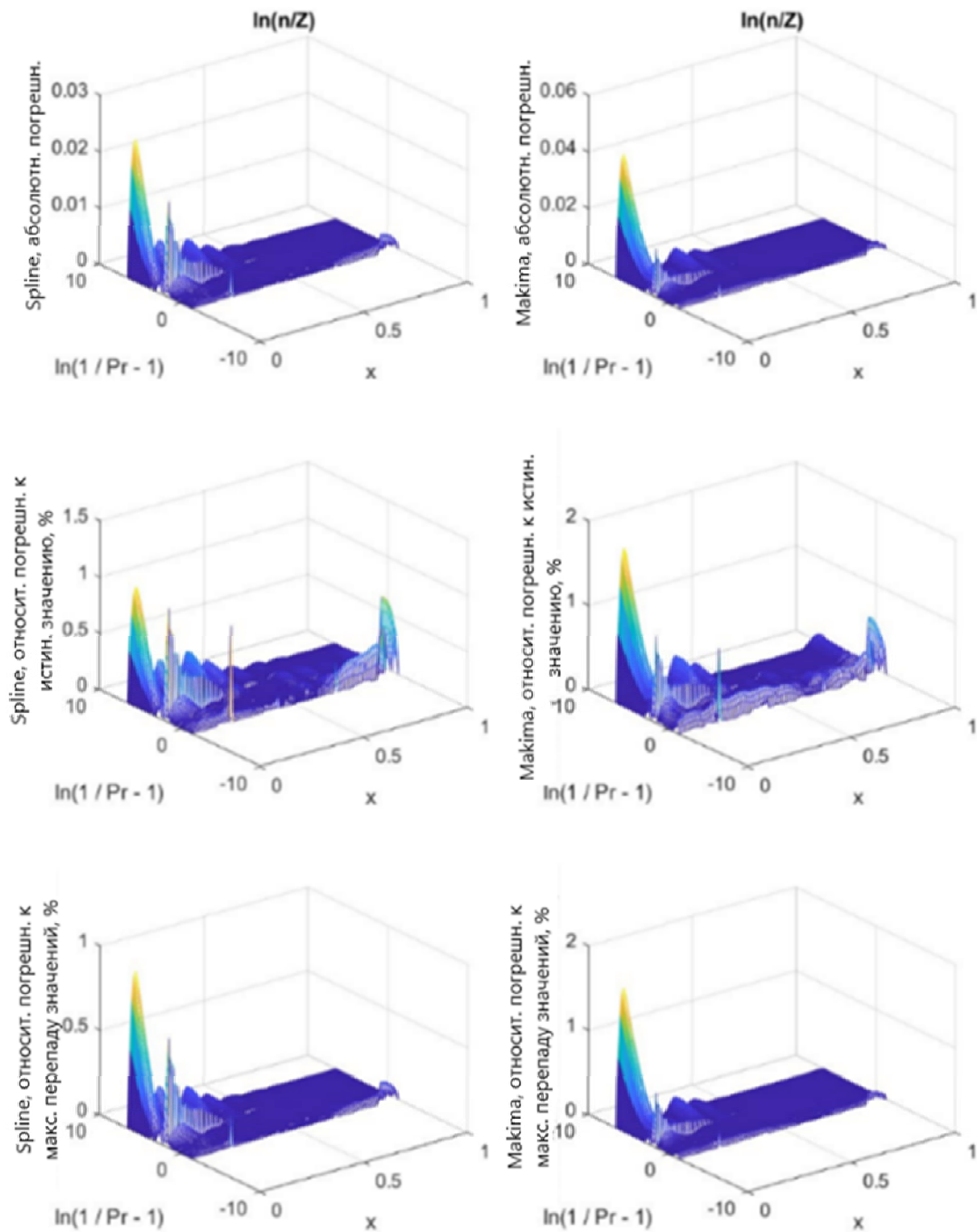


Рис.3. Погрешности интерполяции показателя изоэнтропы

- лучше интерполировать динамическую вязкость, а не кинематическую, поскольку динамическая вязкость, в отличие от кинематической, демонстрирует более плавное и предсказуемое поведение в широком диапазоне температур и давлений. Это позволяет получить более точные результаты, особенно при обработке многофазных сред, где плотность может значительно изменяться.
- интерполяция теплопроводности через число Прандтля позволяет получить более точные результаты, поскольку число Прандтля отражает взаимосвязь между теплопроводностью, вязкостью и теплоемкостью, что обеспечивает более стабильное и предсказуемое поведение при изменении параметров.



### Правильный выбор свойств для интерполяции в газовой области, примыкающей к линии конденсации:

- Изобарная теплоёмкость ( $C_p$ ) требует разделения учета поведения идеально-газовой теплоемкости, и влияния давления и критической точки, чтобы обеспечить корректную аппроксимацию свойства в условиях, где газ сильно отклоняется от идеального.

$$C_p = C_{p\ ideal\_gas} \left( \frac{C_p}{C_{p\ ideal\_gas}} \right)$$

Использование теплоемкости  $C_p$  для идеального газа  $C_{p\ ideal\_gas}$  позволяет изначально рассматривать более простую и более точную интерполяцию. Для нее используется координата приведенной температуры  $T_r$ . С другой стороны, в реальных условиях влияние давления и приближение к критической точке приводят к значительным отклонениям от идеально-газового поведения. Поэтому для точной интерполяции используется поправка к идеальной газовой теплоёмкости как соотношение между реальной и идеальной теплоемкостью, выраженное как  $\ln \left( \frac{C_p}{C_{p\ ideal\_gas}} \right)$ .

Для повышения точности расчётов в окрестности линии конденсации была предложена интерполяция с изменением масштаба координат. В качестве первой координаты применяется  $\ln \left( \frac{1}{p_r} - 1 \right)$ , где  $p_r$  изменяется в диапазоне от 0,001 до 0,95. Для улучшения точности моделирования свойств газа в околоскритической зоне введена разность температур  $(T_r - T_{r\ Dew})$ . Оценка зоны околоскритического поведения проводится на основе зависимости:

$$T_r - T_{r\ Dew} \text{ от } 0 \text{ до } \sim [0,2(1 - p_r)]^{0,8} T_c,$$

где  $0,2(1 - p_r)$  сужает интервал с увеличением  $p_r$ , а степень 0,8 определяет скорость его уменьшения. Для масштабирования температурного интервала вводится координата  $\hat{T}$ :

$$\hat{T} = \frac{T_r - T_{r\ Dew}}{T_{r\ max} - T_{r\ Dew}},$$

(где максимальная приведённая температура  $T_{r\ max}$  принималась равной 2), которая затем преобразуется в следующий вид:

$$\hat{T}_{rescaled} = \ln(1 + \hat{T} \varepsilon^{-2}) / \ln(1 + \varepsilon^{-2}),$$

где  $\varepsilon = [0,2(1 - p_r)]^{0,8}$ .

Таким образом, интерполяция осуществляется в логарифмической системе координат, что позволяет эффективно учитывать изменения как в околоскритической области, так и в других зонах. Нами установлено, что использование такой системы координат обеспечивает более эффективное распределение узлов сетки и корректное описание свойств газа, что позволяет учесть как поведение идеального газа, так и влияние высокого давления и поведение в околоскритической области.

- Также строятся интерполяции следующих свойств :  $\ln \hat{\beta}$ ,  $Z$ ,  $n$ ,  $\frac{h}{RT_c}$ ,  $\frac{s}{R}$ ,  $\eta$ ,  $\ln N_{Prandtl}$  через перемасштабированный  $p_r, (T_r - T_{rDew})$ . В случае с энтропией, энтальпией нами интерполируются безразмерные величины.
- На линии конденсации интерполируются  $T_{rdew}$ ,  $Z$ ,  $\frac{h}{RT_c}$ ,  $\frac{s}{R}$  через перемасштабированное  $p_r$ .

### **Правильный выбор свойств для интерполяции в жидкой области, примыкающей к линии вскипания:**

- В этой области лучше использовать следующие координаты. Первая координата  $\hat{p}_{rescaled} = \ln(1 + \hat{p}\varepsilon^{-2})/\ln(1 + \varepsilon^{-2})$ ,

$$\text{где } \hat{p} = (p_{max} - p)/(p_{max} - p_{bubble}),$$
$$\varepsilon = (p_c - p_{bubble})/(p_{max} - p_{bubble}).$$

Здесь выделяется две области: до и выше критического давления ( $p_c$ ). Каждая область получает примерно одинаковое количество узлов интерполяции. Вторая используемая координата не менее интересна! Вместо обычной температуры, используется  $\ln\left(\frac{1}{p_{rbubble}} - 1\right)$ , где  $p_{rbubble}$  изменяется от 0,001 до 0,95. Это позволяет лучше учитывать изменения свойств жидкости на линии вскипания.

- В данной области интерполируются следующие свойства:  $\ln \hat{\beta}$ ,  $V$ ,  $\ln\left(\frac{Cp}{R}\right)$ ,  $\ln(v_{sound})$ ,  $\frac{h}{RT_c}$ ,  $\frac{s}{R}$ ,  $\ln(\eta)$ ,  $\ln N_{Prandtl}$ . Заметим, что здесь нет коэффициента изэнтропии ( $n$ ), вместо него интерполируется  $\ln(v_{sound})$ ,  $v_{sound} = \sqrt{nZRT}$ . В случае с теплоёмкостью, энтропией, энтальпией нами интерполируются безразмерные величины.

- На линии насыщения температура аппроксимируется, как  $\ln\left(\frac{1}{T_r} - 1\right)$

### **Нужно ли динамическое расширение сетки?**

В ходе исследования оказалось, что динамическое расширение сетки может быть необязательным! Эксперименты показали, что сетки размером примерно  $10 \times 10$  способны с высокой точностью охватывать обширные области фазовой диаграммы. А сетка размером  $15 \times 15$  обеспечивает ошибки в пределах десятых, а в некоторых случаях — сотых долей процента.

### **Результаты исследований. Ускорение расчета течения газа в трубопроводах**

Проведенные испытания системы "Гидросистема" на задачах различного масштаба, включая анализ изотермического течения и теплопередачи, продемонстрировали значительное ускорение вычислений. Эффект ускорения особенно заметен на средних и крупных моделях, время расчета которых составляет от нескольких секунд до десятков секунд. При

использовании различных термодинамических библиотек были зафиксированы следующие показатели ускорения для:

Библиотека ТФС	Ускорение, раз
<i>WaterSteamPro</i>	1,1–1,3
<i>STARS</i>	1,1–1,3
<i>Simulis Thermodynamics</i>	3–6
<i>GERG-2008</i>	4–8

Заметим, что приведенные выше данные по ускорению расчетов (в отличие от данных некоторых аналогичных исследований, упомянутых выше в данной статье) учитывают и время, затрачиваемое программой на формирование набора интерполирующих сплайнов. Поскольку заранее состав продукта неизвестен и задается в исходных данных для программы, эти сплайны формируются самой программой "Гидросистема".

## Заключение

В данной статье исследовалось применение бикубической сплайн-интерполяции для ускорения расчетов ТФС реальных газов и жидкостей в программном комплексе "Гидросистема".

Проведенный анализ показал, что сплайн-интерполяция является эффективным методом для ускорения вычисления ТФС без значительной потери точности. При использовании сплайнов удалось добиться значительного ускорения расчетов для течения газов - в 1,1–1,3 раза для *WaterSteamPro* и *STARS*, в 3–6 раз для *Simulis Thermodynamics* и в 4–8 раз для *GERG-2008*.

Было установлено, что для достижения максимальной точности интерполяции необходимо тщательно подбирать сетку интерполяции и учитывать особенности поведения свойств в различных областях фазовой диаграммы. В работе предложены методы корректного выбора координат и свойств для интерполяции, учтена монотонность и предложено негладкое сшивание интерполяционных функций в областях резких изменений свойств.

Полученные результаты демонстрируют перспективное использования сплайновых методов для ускорения расчетов в программном комплексе "Гидросистема", что позволит улучшить эффективность проектирования и реконструкции сложных технологических объектов.

**В дальнейшем** планируется продолжить исследования в направлении оптимизации сплайновых методов интерполяции. Особое внимание будет уделено реализации случая многокомпонентной смеси в двухфазной области, что представляет собой самый интересный и сложный случай для моделирования – но и самый перспективный для ускорения расчетов.

## Список литературы

1. Юдовина Е.Ф., Пашенкова Е.С., Корельштейн Л.Б. Программный комплекс "Гидросистема" и его использование для гидравлических расчетов трубопроводных систем // Трубопроводные системы энергетики. Методологические и прикладные проблемы мат. моделирования. – Новосибирск: Наука, 2015. – С. 438–446.
2. Лисин С.Ю., Корельштейн Л.Б. "Предклапан" – российский инструмент проектирования систем аварийного сброса // Пром. сервис. – 2012. – № 3. – С. 16–22.
3. Скрипаченко М.П., Корельштейн Л.Б., Гартман Т.Н. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БИКУБИЧЕСКОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ И ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЁТОВ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ // Успехи в химии и химической технологии. №8. 35. С. 134-138.
4. Скрипаченко, М.П. Интерполяция свойств многокомпонентной газожидкостной смеси для гидравлических расчетов трубопроводов / М. П. Скрипаченко // Автоматизация и информатизация ТЭК. – 2024. – № 1(606). – С. 59–66.
5. Deschrijver D., Dhaene T. Adaptive Knot Placement for Rational Spline Interpolation of Sparse EM-Based Data. // International Conference on Applied Electromagnetics and Communications. 2003, pp. 433-436.
6. Kunick M., Kretzschmar H.-J., & Gampe U. Fast Calculation of Thermodynamic Properties of Water and Steam in Process Modelling using Spline Interpolation. // Preprint-ICPWS XV, Berlin, Germany, 2008
7. Wang X.-D., An B., Duan Y.-Y., Wang Z.-X., & Lee D.-J. Efficient and accurate computation scheme of p–T thermodynamic properties of water and steam. Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers, 2012. – vol. 43(5), p. 845–851.
8. Shyu C., F. Marty Ytreberg. “Use of Polynomial Interpolation to Reduce Bias and Uncertainty of Free Energy Estimates via Thermodynamic Integration.” arXiv, 2008
9. Álvarez V. H., & Aznar M. An efficient approach to optimal interpolation of experimental data. // Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers. 2010.- vol. 41(1), p. 184–189.
10. Laughman C., Zhao Y., Nikovski D. Fast Refrigerant Property Calculations Using Interpolation-Based Methods // International Refrigeration and Air Conditioning Conference. – 2012.
11. Atalay H., Coban M.T. Modeling of Thermodynamic Properties for Pure Refrigerants and Refrigerant Mixtures by Using the Helmholtz Equation of State and Cubic Spline Curve Fitting Method // Universal Journal of Mechanical Engineering. – 2015. – Vol. 3(6). – P. 229–251.
12. Kunick M., Kretzschmar H.-J., di Mare F., Gampe U. CFD analysis of steam turbines with the IAPWS standard on the spline-based table look-up method (SBTL) for the fast calculation of real fluid properties // Proceedings of ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition. – 2015. – Vol. 2B.
13. Laughman C., Qiao H. Patch-based Thermodynamic Property Models for the Subcritical Region // International Refrigeration and Air Conditioning Conference. – 2021.